



**Pedro Nuno Andrade Pereira**

Licenciado em Ciências de Engenharia Civil

## **Determinação de coeficientes de impulsos sísmicos recorrendo à análise limite numérica**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
Engenharia Civil – Perfil Geotecnia

Orientador: Professor Doutor Armando Manuel Sequeira Nunes Antão

Júri:

Presidente: Professora Doutora Ildi Cismaciu

Arguente: Professora Doutora Maria Teresa  
Grilo Santana

Vogal: Professor Doutor Armando Manuel  
Sequeira Nunes Antão



FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

**Junho, 2014**



## **DETERMINAÇÃO DE COEFICIENTES DE IMPULSOS SÍSMICOS RECORRENDO À ANÁLISE LIMITE NUMÉRICA**

Copyright © Pedro Nuno Andrade Pereira, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa.

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.



*Aos meus pais*



## Agradecimentos

A realização desta dissertação não seria possível sem o contributo direto ou indireto de algumas pessoas, às quais gostaria de expressar o meu agradecimento.

Em primeiro lugar, não pode o autor da presente dissertação deixar de agradecer toda a disponibilidade, interesse, motivação pelo **Professor Armando Manuel Sequeira Nunes Antão** no acompanhamento deste trabalho. Agradeço acima de tudo pelas suas recomendações, que foram decisivas para que este trabalho contribuísse para o meu desenvolvimento pessoal.

Agradeço também ao projeto **PTDC/ECM/70368/2006**, por possibilitar a realização de grande parte dos cálculos efetuados nesta dissertação.

Ao **pai e irmãos** e, de modo especial à **Lucy**, pelo constante incentivo e carinho com que sempre apoiaram.

À **mãe**, por toda a força, dedicação e paciência que demonstrou no decorrer do trabalho. Muito obrigado pelos esforços feitos ao longo de todo o percurso académico.

Aos colegas **Águeda Gonçalves** e **Gonçalo De Moura**, que de alguma forma contribuíram com incentivo e amizade.

Aos amigos, de modo especial ao **Pedro Pão** e a **Idalina Aguiar**, pela amizade e pela disponibilidade que sempre demonstrou para reler este trabalho ajudando a detetar e corrigir erros no texto.

Para finalizar e muito em especial, gostaria de agradecer à **Ana** por todo o amor e toda a paciência que me tem dedicado.

A todos um profundo e sincero obrigado.





## Resumo

---

O colapso de muros de suporte de terras em regiões sujeitas a ação de sismos é, em muitos casos, provocada por um insuficiente dimensionamento da estrutura de suporte. Por essa razão, o conhecimento de impulsos sísmicos por detrás de estruturas rígidas de suporte de terras é da máxima importância. Com isto, utilizou-se um *software* de elementos finitos - Sublim3D, aplicando um dos teoremas da Análise Limite. Este programa determina limites superiores estritos de cargas de colapso e tem como base de sua formulação o Teorema Cinemático. Explorando as características deste *software*, analisa-se a qualidade da solução dos coeficientes de impulso ativos sísmicos, comparando com as soluções de Mononobe-Okabe e outras propostas existentes. Os efeitos do declive da superfície do aterro, da inclinação do muro com o atrito solo-estrutura, o ângulo de resistência ao corte e a aceleração sísmica horizontal e vertical em função do coeficiente de impulso ativo sísmico também foram analisados.

**Palavras-chave:** Elementos finitos; Análise Limite; Teorema Cinemático; coeficientes de impulso ativos sísmicos; Mononobe-Okabe.

---



# Abstract

---

The collapse of earth retaining walls in regions prone to earthquake action is in many cases, caused by insufficient dimensioning of the support structure. For this reason knowledge of seismic earth pressures behind rigid earth supporting structures is of utmost importance. It was used a finite element software - Sublim3D, applying a theorem of Limit Analysis. This program determines strict upper-bound limits of collapse loads and is based on the formulation of the Kinematic Theorem. Exploring the features of this software, the quality of the solution coefficients of seismic active earth pressures is analysed, comparing with the Mononobe - Okabe solutions and other existing proposals. The effects of the slope of the landfill surface, inclination of the wall with soil- structure friction, the shear strength angle and horizontal and vertical seismic acceleration vs. coefficient of seismic active earth pressure were also analysed.

**Keywords:** Finite elements; Limit Analysis; Kinematic Theorem; coefficients of seismic active earth pressures; Mononobe-Okabe.

---



# Conteúdo

<b>1. Introdução.....</b>	<b>1</b>
1.1 Motivação .....	1
1.2 Objetivo .....	2
1.3 Metodologia.....	2
1.4 Organização do documento .....	2
<b>2. Fundamentos Teóricos .....</b>	<b>5</b>
2.1 Considerações sobre plasticidade e cedência .....	5
2.2 Considerações sobre a lei de escoamento.....	7
2.3 O princípio dos trabalhos virtuais .....	8
2.4 Critérios de cedência .....	9
2.4.1 Critério de Tresca .....	9
2.4.2 Critério de Mohr-Coulomb .....	10
2.5 Análise limite .....	11
2.5.1 Teorema Estático ou da Região Inferior .....	12
2.5.2 Teorema Cinemático ou da Região Superior .....	12
2.6 Estado plano de deformação.....	13
2.7 Formulação subjacente ao funcionamento do programa.....	14
<b>3. Definição do Modelo.....</b>	<b>17</b>
3.1 Introdução .....	17
3.2 Considerações preliminares .....	17
3.3 Geometria e condições de fronteira em deslocamentos .....	20
3.4 Cargas aplicadas.....	21

3.4.1 Impulsos .....	21
3.4.1.1 Pressões devidos ao peso volúmico .....	23
3.4.1.2 Pressões devidas a uma sobrecarga .....	24
3.4.1.3 Consideração da ação sísmica .....	25
3.5 Características mecânicas do solo .....	27
3.6 Metodologia de cálculo .....	27
3.6.1 Exemplo de cálculo .....	28
3.7 Escolha da malha de elementos finitos .....	31
<b>4. Apresentação e Análise de Resultados .....</b>	<b>35</b>
4.1 Apresentação de resultados .....	35
4.1.1 Situação de superfície horizontal com paramento vertical .....	37
4.1.2 Situação de superfície inclinada com paramento vertical .....	39
4.1.2.1 Caso $i = 10^\circ$ e $\omega = 0^\circ$ .....	40
4.1.2.2 Caso $i = 20^\circ$ e $\omega = 0^\circ$ .....	41
4.1.2.3 Caso $i = 30^\circ$ e $\omega = 0^\circ$ .....	43
4.1.3 Situação de superfície horizontal com paramento inclinado .....	44
4.2 Análise de resultados .....	46
4.3 Análise através dos mecanismos de colapso .....	50
<b>5. Comparação dos Resultados .....</b>	<b>53</b>
5.1 Métodos de determinação de coeficientes de impulso sísmicos ativos .....	54
5.1.1 Solução de equilíbrio limite .....	54
5.1.2 Método de análise limite (Solução da região superior) .....	55
5.1.3 Método de análise limite (Solução da região inferior) .....	56
5.1.3.1 Caso Estático. Tabelas de Caquot-Kérisel .....	56
5.1.3.2 Resultados de Mylonakis et al. (2007) .....	57
5.1.4 Método que tem por base as equações das linhas características .....	59
5.1.5 Solução pseudo-dinâmica .....	59
5.1.6 Estudos Experimentais .....	61
5.1.6.1 Modelos a $g = 0$ : mesa vibratória .....	61
5.1.6.2 Modelos a $g > 0$ : centrífuga .....	62
5.2 Validação dos resultados .....	63
5.2.1 Coeficientes de impulso ativos estáticos .....	63
5.2.2 Coeficientes de impulso ativos dinâmicos .....	66
5.2.2.1 Situação de superfície horizontal com paramento vertical .....	66
5.2.2.2 Situação de superfície inclinada com paramento vertical .....	70
5.2.2.2.1 Caso $i = 10^\circ$ e $\omega = 0^\circ$ .....	71

5.2.2.2.2 Caso $i = 20^\circ$ e $\omega = 0^\circ$ .....	74
5.2.2.3 Situação de superfície horizontal com paramento inclinado .....	77
5.2.2.4 Efeito da inclinação da superfície do terreno .....	79
5.2.2.5 Efeito da inclinação do paramento .....	83
5.2.2.6 Impulsos de terras sísmicas devidos à sobrecarga .....	86
5.2.3 Comparação com estudos experimentais .....	86
5.2.3.1 Modelos a $g = 0$ : mesa vibratória .....	86
5.2.3.2 Modelos a $g > 0$ : centrífugadora .....	87
5.2.4 Ponto de aplicação do impulso .....	92
<b>6. Conclusões e Futuros Desenvolvimentos.....</b>	<b>95</b>
6.1 <i>Conclusões</i> .....	95
6.2 <i>Futuros desenvolvimentos</i> .....	97





## Lista de Figuras

Figura 2.1 - Modelo elástico-perfeitamente plástico (Natal et al. (2004/2005)).	6
Figura 2.2 - Projeção de duas superfícies de cedência (Natal et al. (2004/2005)).	6
Figura 2.3 - Representação geométrica da lei da normalidade para plasticidade associada (Natal et al. (2004/2005)).	8
Figura 2.4 - Representação das superfícies de cedência de Tresca.	9
Figura 2.5 - Representação das superfícies de cedência de Mohr-Coulomb.	10
Figura 2.6 - Definição do tipo de problema.	11
Figura 2.7 - Divisão de 1 elemento quadrilátero em 4 triângulos (Vicente da Silva (2009)).	15
Figura 3.1 - Tipos de muros de suporte “rígidos”: a) muro de alvenaria; b) muro de gabiões; c) muro de betão não armado; d) muro de betão armado; e) e f) muro de betão armado com contrafortes (Matos Fernandes (2012)).	18
Figura 3.2 - Impulso de terras.	19
Figura 3.3 - Definição da geometria e das condições de fronteira.	20
Figura 3.4 - Definição das tensões aplicadas ao maciço com distribuições triangulares.	22
Figura 3.5 - Definição das tensões aplicadas ao maciço com distribuições retangulares.	22
Figura 3.6 - Tensão resultante.	23
Figura 3.7 - Aplicação do peso volúmico.	24
Figura 3.8 - Aplicação da sobrecarga à superfície do terreno.	25
Figura 3.9 - Aplicação da ação sísmica.	25
Figura 3.10 - Malha do cálculo do coeficiente de impulso ativo sísmico.	29
Figura 3.11 - Resultado obtido pelo Sublim3D.	30
Figura 3.12 - Resultado adicional obtido pelo Sublim3D e visualizado no Paraview.	30
Figura 3.13 - Ilustração da convergência do algoritmo de Uzawa.	31
Figura 3.14 - $K_{\gamma}$ em função da dimensão dos elementos da malha/H usando uma estimativa linear.	32
Figura 3.15 - $K_{\gamma}$ em função da dimensão dos elementos da malha/H usando uma aproximação quadrática.	33
Figura 4.1 - Variação do $K_{\gamma}(s)$ com $\phi'$ e com os $k_h$ e $k_v$ para o caso: $\omega = 0^\circ$ , $i = 0^\circ$ e $\delta/\phi' = 0$ .	38

Figura 4.2 - Variação do $K\alpha\gamma(s)$ com $\phi'$ e com os $k_h$ e $k_v$ para o caso: $\omega = 0^\circ, i = 0^\circ$ e $\delta/\phi' = 0,5$ .	38
Figura 4.3 - Variação do $K\alpha\gamma(s)$ com $\phi'$ e com os $k_h$ e $k_v$ para o caso: $\omega = 0^\circ, i = 0^\circ$ e $\delta/\phi' = 1$ .	39
Figura 4.4 - Variação do $K\alpha\gamma(s)$ com $\phi'$ e com os $k_h$ e $k_v$ para o caso: $\omega = 0^\circ, i = 10^\circ$ e $\delta/\phi' = 0$ .	40
Figura 4.5 - Variação do $K\alpha\gamma(s)$ com $\phi'$ e com os $k_h$ e $k_v$ para o caso: $\omega = 0^\circ, i = 10^\circ$ e $\delta/\phi' = 0,5$ .	40
Figura 4.6 - Variação do $K\alpha\gamma(s)$ com $\phi'$ e com os $k_h$ e $k_v$ para o caso: $\omega = 0^\circ, i = 10^\circ$ e $\delta/\phi' = 1$ .	41
Figura 4.7 - Variação do $K\alpha\gamma(s)$ com $\phi'$ e com os $k_h$ e $k_v$ para o caso: $\omega = 0^\circ, i = 20^\circ$ e $\delta/\phi' = 0$ .	41
Figura 4.8 - Variação do $K\alpha\gamma(s)$ com $\phi'$ e com os $k_h$ e $k_v$ para o caso: $\omega = 0^\circ, i = 20^\circ$ e $\delta/\phi' = 0,5$ .	42
Figura 4.9 - Variação do $K\alpha\gamma(s)$ com $\phi'$ e com os $k_h$ e $k_v$ para o caso: $\omega = 0^\circ, i = 20^\circ$ e $\delta/\phi' = 1$ .	42
Figura 4.10 - Variação do $K\alpha\gamma(s)$ com $\phi'$ e com os $k_h$ e $k_v$ para o caso: $\omega = 0^\circ, i = 30^\circ$ e $\delta/\phi' = 0$ .	43
Figura 4.11 - Variação do $K\alpha\gamma(s)$ com $\phi'$ e com os $k_h$ e $k_v$ para o caso: $\omega = 0^\circ, i = 30^\circ$ e $\delta/\phi' = 0,5$ .	43
Figura 4.12 - Variação do $K\alpha\gamma(s)$ com $\phi'$ e com os $k_h$ e $k_v$ para o caso: $\omega = 0^\circ, i = 30^\circ$ e $\delta/\phi' = 1$ .	44
Figura 4.13 - Variação do $K\alpha\gamma(s)$ com $\phi'$ e com os $k_h$ e $k_v$ para o caso: $\omega = 30^\circ, i = 0^\circ$ e $\delta/\phi' = 0$ .	45
Figura 4.14 - Variação do $K\alpha\gamma(s)$ com $\phi'$ e com os $k_h$ e $k_v$ para o caso: $\omega = 30^\circ, i = 0^\circ$ e $\delta/\phi' = 0,5$ .	45
Figura 4.15 - Variação do $K\alpha\gamma(s)$ com $i$ e com os $k_h$ e $k_v$ para o caso: $\phi' = 40^\circ, \omega = 0^\circ$ e $\delta/\phi' = 0$ .	47
Figura 4.16 - Variação do $K\alpha\gamma(s)$ com $i$ e com os $k_h$ e $k_v$ para o caso: $\phi' = 40^\circ, \omega = 0^\circ$ e $\delta/\phi' = 0,5$ .	48
Figura 4.17 - Variação do $K\alpha\gamma(s)$ com $i$ e com os $k_h$ e $k_v$ para o caso: $\phi' = 40^\circ, \omega = 0^\circ$ e $\delta/\phi' = 1$ .	48
Figura 4.18 - Variação do $K\alpha\gamma(s)$ com $\omega$ e com os $k_h$ e $k_v$ para o caso: $\phi' = 40^\circ, i = 0^\circ$ e $\delta/\phi' = 0$ .	49
Figura 4.19 - Variação do $K\alpha\gamma(s)$ com $\omega$ e com os $k_h$ e $k_v$ para o caso: $\phi' = 40^\circ, i = 0^\circ$ e $\delta/\phi' = 0,5$ .	50
Figura 5.1 - Modelo da análise de Mononobe-Okabe: a) Cunha de terras submetida a ação sísmica; b) Representação das forças atuantes na cunha de solo após uma rotação $\theta$ (Guerra (2012)).	55
Figura 5.2 - Mecanismo de rotura para o caso: a) ativo; b) passivo (Chen e Liu (1990)).	56

Figura 5.3 - Esquema utilizado nas Tabelas de Caquot-Kérisel (adaptado de Kérisel e Absi (1990)).	56
Figura 5.4 - Campos de tensão perto da superfície do solo (zona A) e do muro (zona B) (adaptado de Mylonakis et al. (2007)).	57
Figura 5.5 - Transformação do sistema de coordenadas (Cheng (2003)).	59
Figura 5.6 - Forças que atuam no sistema solo - cunha durante o estado de equilíbrio ativo (Ghosh (2010)).	60
Figura 5.7 - Configuração do teste de Nakamura (2006).	62
Figura 5.8 – Comparação de $K_{a\gamma}$ , calculados por diferentes métodos para o caso: $\omega = 0^\circ$ e $i = 0^\circ$ .	64
Figura 5.9 - Comparação de $K_{a\gamma}$ , calculado por diferentes métodos para o caso: $\omega = 0^\circ$ e $i = 0^\circ$ .	65
Figura 5.10 - Variação do $K_{a\gamma}(s)$ com $\phi'$ e com $kh$ para o caso: $\omega = 0^\circ, i = 0^\circ$ e $\delta/\phi' = 0$ , e comparação com outros métodos.	67
Figura 5.11 - Variação do $K_{a\gamma}(s)$ com $\phi'$ e com $kh$ para o caso: $\omega = 0^\circ, i = 0^\circ$ e $\delta/\phi' = 0,5$ , e comparação com outros métodos.	68
Figura 5.12 - Variação do $K_{a\gamma}(s)$ com $\phi'$ e com $kh$ para o caso: $\omega = 0^\circ, i = 0^\circ$ e $\delta/\phi' = 1$ , e comparação com outros métodos.	69
Figura 5.13 - Variação do $K_{a\gamma}(s)$ com $\phi'$ e com $kh$ para o caso: $\omega = 0^\circ, i = 10^\circ$ e $\delta/\phi' = 0$ , e comparação com outros métodos.	71
Figura 5.14 - Variação do $K_{a\gamma}(s)$ com $\phi'$ e com $kh$ para o caso: $\omega = 0^\circ, i = 10^\circ$ e $\delta/\phi' = 0,5$ , e comparação com outros métodos.	72
Figura 5.15 - Variação do $K_{a\gamma}(s)$ com $\phi'$ e com $kh$ para o caso: $\omega = 0^\circ, i = 10^\circ$ e $\delta/\phi' = 1$ , e comparação com outros métodos.	73
Figura 5.16 - Variação do $K_{a\gamma}(s)$ com $\phi'$ e com $kh$ para o caso: $\omega = 0^\circ, i = 20^\circ$ e $\delta/\phi' = 0$ , e comparação com outros métodos.	74
Figura 5.17 - Variação do $K_{a\gamma}(s)$ com $\phi'$ e com $kh$ para o caso: $\omega = 0^\circ, i = 20^\circ$ e $\delta/\phi' = 0,5$ , e comparação com outros métodos.	75
Figura 5.18 - Variação do $K_{a\gamma}(s)$ com $\phi'$ e com $kh$ para o caso: $\omega = 0^\circ, i = 20^\circ$ e $\delta/\phi' = 1$ , e comparação com outros métodos.	76
Figura 5.19 - Variação do $K_{a\gamma}(s)$ com $\phi'$ e com $kh$ para o caso: $\omega = 30^\circ, i = 0^\circ$ e $\delta/\phi' = 0$ , e comparação com outros métodos.	78
Figura 5.20 - Variação do $K_{a\gamma}(s)$ com $\phi'$ e com $kh$ para o caso: $\omega = 30^\circ, i = 0^\circ$ e $\delta/\phi' = 0,5$ , e comparação com outros métodos.	79
Figura 5.21 - Variação do $K_{a\gamma}(s)$ com $i$ e com $kh$ para o caso: $\phi' = 40^\circ, \omega = 0^\circ$ e $\delta/\phi' = 0$ , e comparação com outros métodos.	80
Figura 5.22 - Variação do $K_{a\gamma}(s)$ com $i$ e com $kh$ para o caso: $\phi' = 40^\circ, \omega = 0^\circ$ e $\delta/\phi' = 0,5$ , e comparação com outros métodos.	81
Figura 5.23 - Variação do $K_{a\gamma}(s)$ com $i$ e com $kh$ para o caso: $\phi' = 40^\circ, \omega = 0^\circ$ e $\delta/\phi' = 1$ , e comparação com outros métodos.	82

Figura 5.24 - Variação do $K\gamma(s)$ com $\omega$ e com $kh$ para o caso: $\phi' = 40^\circ$ , $i = 0^\circ$ e $\delta/\phi' = 0$ , e comparação com outros métodos. ....	84
Figura 5.25 - Variação do $K\gamma(s)$ com $\omega$ e com $kh$ para o caso: $\phi' = 40^\circ$ , $i = 0^\circ$ e $\delta/\phi' = 0,5$ , e comparação com outros métodos. ....	85
Figura 5.26 - Variação do $K\gamma sh$ com $kh$ para o caso: $k_v = 0$ , $\phi' = 42^\circ$ , $\omega = 0^\circ$ , $i = 0^\circ$ e $\delta/\phi' = 0,5$ , e comparação com outros métodos. ....	87
Figura 5.27 - Variação do $K\gamma sh$ com $kh$ para o caso: $k_v = 0$ , $\phi' = 32,9^\circ$ , $\omega = 0^\circ$ , $i = 0^\circ$ e $\delta/\phi' = 0,5$ , e comparação com outros métodos. ....	87
Figura 5.28 - Aceleração de entrada: a) Caso 18, sinusoidal 2 Hz; b) Caso 21, movimento de Kobe 2 Hz (adaptado de Nakamura (2006)). ....	88
Figura 5.29 - Distribuições de pressões de terras e comparação com outros métodos de variados $kh$ para o caso: $k_v = 0$ , $\phi' = 42^\circ$ , $\omega = 0^\circ$ , $i = 0^\circ$ e $\delta/\phi' = 0,53$ (adaptado de Nakamura (2006)). ....	89
Figura 5.30 - Relação entre coeficiente sísmico horizontal e aceleração máxima do solo (adaptado de Hazarika (2009)). ....	90
Figura 5.31 - Força de inércia e incremento da pressão de terra total: a) Caso 18, sinusoidal 2 Hz; b) Caso 21, movimento de Kobe 2 Hz (adaptado de Nakamura (2006)). ....	91

## Lista de Tabelas

Tabela 3.1 - Configurações geométricas estudadas. ....	21
Tabela 3.2- Combinações dos diversos níveis de aceleração estudados no presente trabalho. ....	26
Tabela 3.3- Combinações dos ângulos de resistência ao corte com os ângulos de atrito solo-estrutura estudados no presente trabalho. ....	27
Tabela 4.1- Valores obtidos dos Kays para diferentes $\phi'$ , $\delta/\phi'$ , $i$ e $kh$ com $\omega = 0^\circ$ e $k_v = 0$ ...	36
Tabela 4.2- Valores obtidos dos Kays para diferentes $\phi'$ , $\delta/\phi'$ , $i$ e $kh$ com $\omega = 0^\circ$ e $k_v = 0$ (continuação).....	37
Tabela 4.3- Dissipação plástica para o caso $\phi' = 35^\circ$ , $kh = 0,2$ e $0,4$ , $\omega = 0^\circ$ , $i = 10^\circ$ e $\delta/\phi' = 0$ .....	46
Tabela 4.4- Zonas de deformação plástica de variados $\phi'$ , $\delta$ e $kh$ para o caso: $\omega = 0^\circ$ , $i = 10^\circ$ com $k_v = 0,5kh$ .....	51
Tabela 4.5- Zonas de deformação plástica de variados $\phi'$ , $\delta$ e $kh$ para o caso: $\omega = 0^\circ$ , $i = 10^\circ$ com $k_v = 0,5kh$ (continuação). ....	52
Tabela 5.1- Comparação de Kay previsto por vários métodos para distintos $\omega$ , $\phi'$ e $\delta$ .....	64
Tabela 5.2- Zonas de deformação plástica de variados $\delta$ e $kh$ para o caso: $\phi' = 30^\circ$ , $\omega = 0^\circ$ , $i = 0^\circ$ e $k_v = 0$ . ....	70
Tabela 5.3- Comparação entre coeficientes de impulso ativos sísmicos horizontais. ....	91
Tabela 5.4- Comparação da localização em relação à base do muro do ponto de aplicação do impulso sísmico incremental previsto por vários métodos. ....	92
Tabela A.1- Valores obtidos dos Kay para diferentes $\phi'$ , $\delta/\phi'$ e $i$ com $\omega = 0^\circ$ .....	103
Tabela A.2- Valores obtidos dos Kay para diferentes $\phi'$ e $\delta/\phi'$ com $\omega = 30^\circ$ e $i = 0^\circ$ . ....	103
Tabela A.3- Valores obtidos dos Kay para diferentes $\phi'$ e $\delta/\phi'$ com $\omega = 0^\circ$ e $i = 0^\circ$ . ....	104
Tabela A.4- Valores obtidos dos Kays para diferentes $\phi'$ , $\delta/\phi'$ , $i$ e $kh$ com $\omega = 0^\circ$ e $k_v = 0,5kh$ .....	104
Tabela A.5- Valores obtidos dos Kays para diferentes $\phi'$ , $\delta/\phi'$ , $i$ e $kh$ com $\omega = 0^\circ$ e $k_v = 0,5kh$ (continuação). ....	105

Tabela A.6- Valores obtidos dos Kays para diferentes $\phi'$ , $\delta/\phi'$ , $i$ e $kh$ com $\omega = 0^\circ$ e $k_v = kh$ . .....	106
Tabela A.7- Valores obtidos dos Kays para diferentes $\phi'$ , $\delta/\phi'$ , $i$ e $kh$ com $\omega = 0^\circ$ e $k_v = kh$ (continuação).....	107
Tabela A.8- Valores obtidos dos Kays para diferentes $\phi'$ , $\delta/\phi'$ e $kh$ com $\omega = 30^\circ$ , $i = 0^\circ$ e $k_v = 0$ . ....	107
Tabela A.9- Valores obtidos dos Kays para diferentes $\phi'$ , $\delta/\phi'$ e $kh$ com $\omega = 30^\circ$ , $i = 0^\circ$ e $k_v = 0,5kh$ . ....	108
Tabela A.10- Valores obtidos dos Kays para diferentes $\phi'$ , $\delta/\phi'$ e $kh$ com $\omega = 30^\circ$ , $i = 0^\circ$ e $k_v = kh$ . ....	108

# Listagens

## Maiúsculas latinas

---

$A_0$	Matriz auxiliar para a construção do sistema governativo
$B$	Operador padrão de compatibilidade diferencial
$D(\underline{\dot{\underline{\epsilon}}})$	Densidade de potência dissipada plasticamente
$H$	Altura do muro
$I, I_a$	Impulso, impulso ativo
$I_{ay}$	Impulso ativo devido ao peso volúmico
$I_{as}$	Impulso ativo sísmico
$I_{aq}$	Impulso ativo devido a uma sobrecarga
$I_{ays}$	Impulso ativo sísmico devido ao peso volúmico
$K_a$	Coeficiente de impulso ativo total
$K_{ay}$	Coeficiente de impulso ativo devido ao peso volúmico
$K_{ays}$	Coeficiente de impulso ativo sísmico devido ao peso volúmico
$K_{aysh}$	Coeficiente de impulso ativo sísmico horizontal devido ao peso volúmico
$K_{aq}$	Coeficiente de impulso ativo estático devido a uma sobrecarga
$K_{aqs}$	Coeficiente de impulso ativo sísmico devido a uma sobrecarga
$L$	Comprimento do terrapleno

$\mathbf{N}_i$	Matriz das funções de forma do i-ésimo elemento finito
$Q(\underline{\underline{\sigma}})$	Função de potencial plástico
$\mathbf{Q}_h(t)$	Forças de inércia horizontal
$\mathbf{Q}_v(t)$	Forças de inércia vertical
$\mathbf{V}_p$	Velocidade de onda primária
$\mathbf{V}_s$	Velocidade de onda de corte
$\mathbf{W}, \mathbf{W}_{sh}, \mathbf{W}_{sv}$	Peso da cunha do solo, peso horizontal, peso vertical
$\mathbf{W}_D$	Potência dissipada plasticamente
$\mathbf{W}_e$	Potência do carregamento exterior

#### **Minúsculas latinas**

---

$\mathbf{a}_h(\mathbf{z}, t)$	Aceleração sísmica horizontal
$\mathbf{a}_v(\mathbf{z}, t)$	Aceleração sísmica vertical
$\underline{\mathbf{b}}$	Forças volúmicas
$\mathbf{c}'$	Intercepto de coesão
$\mathbf{d}_i, \mathbf{e}_i$	Vetores do i-ésimo elemento finito
$\mathbf{d}_i^k, \mathbf{e}_i^k, \mu_{\lambda_i}^k$	Variáveis Lagrangeanas
$\omega$	Frequência
$\mathbf{f}$	Função que define o critério/superfície de cedência
$\mathbf{g}$	Aceleração da gravidade
$\mathbf{i}$	Inclinação da superfície do terreno com a horizontal
$\mathbf{k}_h$	Coeficiente de aceleração sísmica horizontal
$\mathbf{k}_{h,cr}$	Coeficiente de aceleração sísmica horizontal crítica
$\mathbf{k}_v$	Coeficiente de aceleração sísmica vertical
$\mathbf{m}(\mathbf{z})$	Massa



$n_E$	Número de elementos da malha
$q$	Sobrecarga aplicada à superfície livre do solo
$r$	Parâmetro de penalidade
$\underline{t}$	Forças de fronteira
$t$	Tempo
$(\tilde{t}, \tilde{b})$	Cargas permanentes fixas
$(t, b)$	Cargas permanentes variáveis
$\underline{\dot{u}}^*$	Campo de velocidades virtuais
$z$	Cota

#### **Maiúsculas gregas**

---

$\Delta I_{ay}$	Incremento do impulso associado à ação sísmica
$\Delta_1, \Delta_2$	Ângulos de Caquot
$\Gamma$	Fronteira
$\Gamma_\sigma$	Fronteira estática
$\Gamma_u$	Fronteira cinemática
$\Omega$	Domínio

#### **Minúsculas gregas**

---

$\alpha$	Multiplicador plástico
$\alpha_{max}$	Valor máximo da aceleração do solo
$\beta$	Inclinação do paramento com a horizontal
$\gamma$	Peso volúmico do solo
$\delta$	Ângulo de atrito solo-muro
$\underline{\underline{\varepsilon}}$	Tensor de deformação
$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}$	Taxa de deformação total
$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^*$	Tensor das velocidades de deformação

$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^e$	Taxa de deformação elástica
$\underline{\underline{\varepsilon}}^p$	Deformação plástica
$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p$	Taxa de deformação plástica
$\dot{\varepsilon}_I, \dot{\varepsilon}_{II}, \dot{\varepsilon}_{III}$	Velocidades de deformação principais
$\theta$	Rotação do ângulo $\theta$
$\lambda, \lambda_c$	Parâmetro de carga, crítico
$\mu$	Vetor coletor do multiplicador de Lagrange
$\sigma$	Tensão normal
$\underline{\underline{\sigma}}$	Tensor de tensão
$\sigma_r$	Tensão resultante
$\sigma_T$	Tensão de tração
$\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$	Tensões principais
$\tau$	Tensão tangencial
$\phi'$	Ângulo de resistência ao corte
$\psi_e$	Ângulo de rotação dos planos principais
$\omega$	Inclinação do paramento com a vertical

#### Abreviaturas/Traduções

---

<b>Ansys®</b>	Programa que permite criar a malha inicial da estrutura
<b>Convert</b>	Programa que permite a conversão do formato Ansys para o formato Sublim3D
<b>FCT – UNL</b>	<u>F</u> aculdade de <u>C</u> iências e <u>T</u> ecnologia da <u>U</u> niversidade <u>N</u> ova de <u>L</u> isboa
<b>M – O</b>	<u>M</u> ononobe- <u>O</u> kabe
<b>Paraview®</b>	Programa de visualização gráfica dos resultados obtidos
<b>Sublim3D</b>	<u>S</u> trict <u>U</u> pper <u>B</u> ound <u>L</u> imit analysis code
<b>TRS</b>	<u>T</u> eorema Cinemático ou da <u>R</u> egião <u>S</u> uperior
<b>TRI</b>	<u>T</u> eorema Estático ou da <u>R</u> egião <u>I</u> nferior

**2D**            Bidimensional



# Introdução

Neste capítulo descrevem-se os motivos para a realização desta dissertação, quais os seus objetivos e metodologia e a organização deste trabalho.

## 1.1 Motivação

Após a análise de alguns temas sugeridos pelo Professor Doutor Armando Antão, decidi optar pelo que aqui se apresenta. Embora fosse um assunto completamente novo para mim, este tinha vários pontos de interesse.

A motivação para efetuar a presente dissertação pode ser delimitada em aspetos distintos: a pessoal e a científica.

A motivação para o desenvolvimento desta dissertação surge inicialmente com o objetivo pessoal da obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil, na Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa (FCT-UNL). Outra razão que me despertou interesse foi a transversalidade do programa de elementos finitos – Sublim3D a utilizar, que pode abranger vários ramos do curso, em particular da área da Geotecnia e das Estruturas.

No que toca à vertente científica, o tema oferecia a oportunidade de obter resultados sobre a estabilidade de estruturas quando atuadas pela ação sísmica, o que, atendendo ao facto do nosso território estar numa sua grande parte sujeita a essa ação, o tornava particularmente aliciante. Também me motivou a perspetiva de trabalhar com outro programa de elementos finitos, uma vez que já trabalhara com o PLAXIS (*software* geotécnico) e o SAP2000 (*software* estrutural).

## 1.2 Objetivo

O objetivo deste estudo consiste na determinação de coeficientes de impulso ativos sísmicos utilizando um modelo de elementos finitos, para um amplo conjunto de diferentes situações geométricas, mecânicas e de carregamentos do solo suportado. Para além da determinação de aproximações dos impulsos ativos sísmicos, era também importante validar os cálculos efetuados, através da comparação de resultados obtidos com outros existentes na literatura.

## 1.3 Metodologia

Para que este objetivo fosse cumprido com sucesso, utilizou-se primeiramente, um *software* de elementos finitos, denominado Sublim3D.

A ferramenta numérica Sublim3D é fundamentada no Teorema Cinemático da Análise Limite, que visa o cálculo de limites superiores precisos de cargas de colapso de estruturas geotécnicas (neste caso concreto).

A partir das cargas de colapso, determinaram-se fundamentalmente, os coeficientes de impulso ativos sísmicos para o carregamento devido à aplicação do peso volúmico  $K_{ays}$ . Também se calcularam, alguns coeficientes de impulso estáticos para o carregamento devido à aplicação do peso volúmico  $K_{ay}$ , assim como, coeficientes de impulso estáticos para o carregamento devido a uma sobrecarga  $K_{aq}$ .

Através dos coeficientes dinâmicos e estáticos, obtidos da metodologia numérica, é estudada a qualidade da solução, comparando-se com os resultados obtidos de soluções existentes.

## 1.4 Organização do documento

O presente documento é dividido em seis capítulos, sendo um deles este capítulo introdutório que, para além deste subcapítulo, relata ainda a motivação, o objetivo e a metodologia do trabalho. De seguida apresentam-se os restantes capítulos desta dissertação, cujo conteúdo é também sumariado.

**Capítulo 2.** Neste capítulo são apresentados alguns conceitos que foram tidos em conta nesta dissertação. Para tal, são feitas algumas considerações sobre plasticidade e cedência, assim como apreciações sobre a lei de escoamento. Também é apresentado o conceito do princípio dos trabalhos virtuais para materiais deformáveis. De seguida descrevem-se alguns critéri-

os de cedência existentes, particularmente o que foi utilizado neste trabalho. São, também, abordados os teoremas da Análise Limite, que são importantes no enquadramento teórico desta dissertação. É feita uma breve descrição do estado em deformação plana, uma vez que está associado a este tipo de problema. Por fim, descreve-se resumidamente a formulação do programa Sublim3D.

**Capítulo 3.** Esta terceira parte é reservada para a definição do problema e descrição do ambiente em que será resolvido. São expostos os tipos de geometrias e carregamentos que serão estudados. Outro ponto não menos importante é a referência das características mecânicas do solo. É também referida a metodologia de cálculo para se chegar aos resultados pretendidos. Ainda neste capítulo apresenta-se um estudo inicial para a escolha da malha de elementos finitos.

**Capítulo 4.** Apresentam-se neste ponto os resultados obtidos para os coeficientes de impulso ativos sísmicos  $K_{ays}$ , estáticos  $K_{ay}$  devidos ao peso volúmico e, estáticos  $K_{aq}$  devidos a uma sobrecarga, com a metodologia numérica apresentada, analisando-se e comentando-se os efeitos que os diferentes parâmetros (geométricos, mecânicos e cargas aplicadas), têm para este tipo de colapso.

**Capítulo 5.** Nesta secção, apresentam-se outros métodos para a determinação dos coeficientes de impulso ativos sísmicos  $K_{ays}$ , ou seja, expõe-se o que é encontrado na bibliografia sobre este tema. De forma a completar a realização dos objetivos deste trabalho, são efetuadas comparações dos resultados dos  $K_{ays}$ ,  $K_{ay}$  e  $K_{aq}$  obtidos com os de outros autores.

**Capítulo 6.** Para finalizar, tecem-se algumas considerações finais e propõem-se alguns aspetos para futuro desenvolvimento do objeto de estudo deste trabalho.





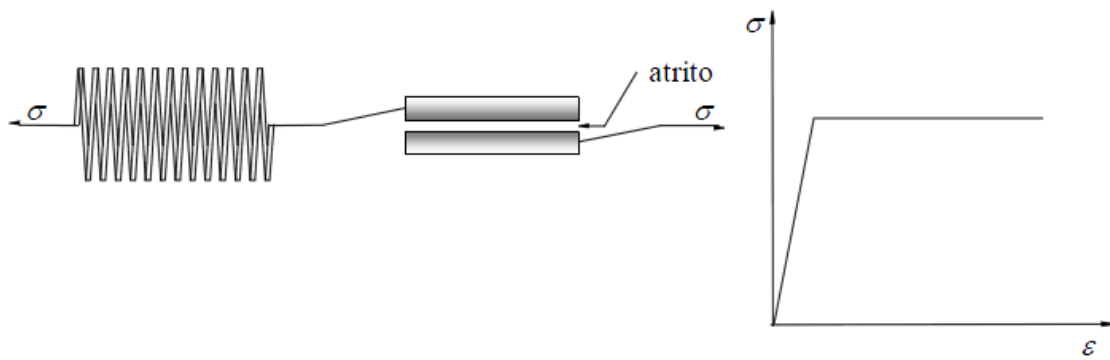
## Fundamentos Teóricos

Neste capítulo é apresentado o enquadramento teórico que se considera essencial para a compreensão do estudo desenvolvido. Com esse intuito, nesta primeira fase, são expostos e descritos de forma sucinta, os conceitos que se julga ser essenciais compreender. Começa-se por expor algumas considerações relacionadas com a Teoria da Plasticidade, destacando-se os teoremas da Análise Limite. É ainda explorada, de forma elementar, a formulação do programa de elementos finitos Sublim3D, que implementa numericamente o Teorema Cinemático da Análise Limite. Este *software* de elementos finitos visa o cálculo de limites superiores estritos de cargas de colapso de estruturas geotécnicas e estruturais.

### 2.1 Considerações sobre plasticidade e cedência

O solo exibe comportamento elástico para deformações muito pequenas. Através de testes em laboratório verificou-se que as deformações plásticas, permanentes e irreversíveis, acontecem quando estas excedem um determinado valor de deformação, comportamento este, possível de ser modelado pela Teoria da Plasticidade.

Para o caso específico do tipo de material considerado neste trabalho, o solo, considera-se que este apresenta um comportamento elástico-perfeitamente plástico (Figura 2.1), por ser o modelo de cálculo utilizado pelo Sublim3D. Este modelo apresenta como característica, o facto de se ter atingido o colapso da estrutura quando ocorrerem deformações plásticas. Neste tipo de comportamento, as características de endurecimento e amolecimento são ignoradas.

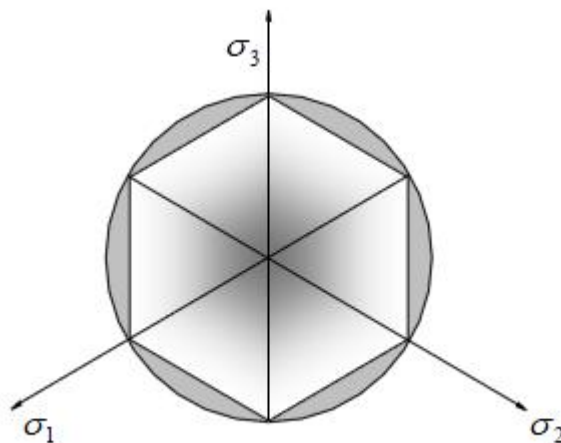


**Figura 2.1 - Modelo elástico-perfeitamente plástico (Natal et al. (2004/2005)).**

Para a caracterização do comportamento plástico de um material submetido a um dado estado de tensão, a Teoria de Plasticidade define uma superfície de cedência (Figura 2.2), caracterizada por uma função de cedência.

A superfície de cedência pode ser analisada das seguintes formas:

- Para um estado de tensão no interior da superfície de cedência, só acontecem deformações elásticas;
- Se o estado de tensão está sobre a superfície de cedência, podem ocorrer deformações plásticas do material no caso de um carregamento. Na situação de descarga ocorrem deformações puramente elásticas, e
- O estado de tensão fora da superfície de cedência é uma situação impossível.



**Figura 2.2 - Projeção de duas superfícies de cedência (Natal et al. (2004/2005)).**

Em termos numéricos, estas restrições verificam assim que os estados de tensões em que  $f(\underline{\underline{\sigma}}) > 0$  são excluídos,  $f(\underline{\underline{\sigma}}) < 0$  implica comportamento elástico e  $f(\underline{\underline{\sigma}}) = 0$  indica que pode ocorrer escoamento plástico.

Para um material perfeitamente plástico, a função de cedência  $f(\underline{\underline{\sigma}})$  depende somente do conjunto das componentes de tensão  $\underline{\underline{\sigma}}$  e não das componentes de deformação  $\underline{\underline{\varepsilon}}$ , portanto, a função de cedência é fixa no espaço das tensões e o escoamento ocorre quando a função de cedência é igual a zero, ou seja:

$$f(\underline{\underline{\sigma}}) = 0 \quad (2.1)$$

## 2.2 Considerações sobre a lei de escoamento

Diz-se que um escoamento plástico pode ocorrer quando o estado de tensão no espaço das tensões, é atingida a superfície de cedência e se mantém a ação de carregamento. A magnitude do escoamento plástico total  $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$ , nestas condições, é à priori indefinida e não limitada, logo é mais adequado exprimir a relação constitutiva por meio da taxa de deformação plástica  $\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p$ . Para pequenas deformações, a taxa de deformação total  $\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}$  pode ser escrita através da soma da taxa de deformação elástica  $\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^e$  com a taxa de deformação plástica, ou seja:

$$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} = \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^e + \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p \quad (2.2)$$

A taxa de deformação elástica e a tensão estão relacionadas por meio da lei de Hooke, no entanto, como  $\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^e$  é pequena comparada com a taxa de deformação plástica, admite-se que é desprezável, considerando-se assim um comportamento rígido-plástico.

O vetor de taxa de deformação plástica, calculado graças à lei da normalidade, tem a direção e o sentido da normal exterior à superfície de potencial plástico, portanto,  $\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p$  pode ser expressa, do ponto de vista matemático, por:

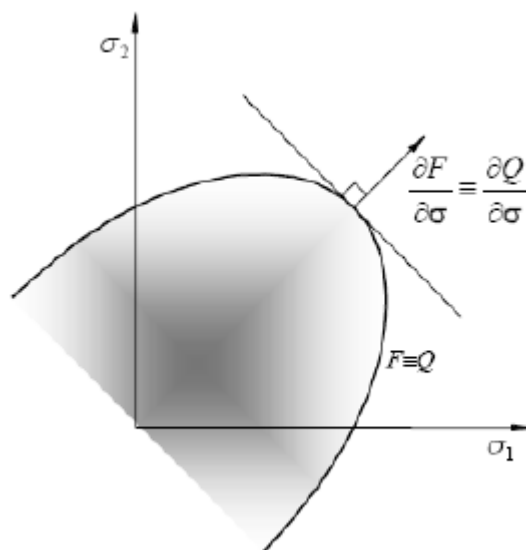
$$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p = \alpha \frac{\partial Q(\underline{\underline{\sigma}})}{\partial (\underline{\underline{\sigma}})}, \quad \alpha \in \mathbb{R}_0^+ \quad (2.3)$$

onde:

$Q(\underline{\sigma})$  - função de potencial plástico, que é um escalar do tensor das tensões a partir do qual os incrementos de deformação plástica podem ser determinados por derivação parcial em ordem às componentes do tensor das tensões, e

$\alpha$  – multiplicador plástico, que é uma constante de proporcionalidade maior que zero e que permite ainda que o sentido das deformações plásticas se faça para o exterior da mesma superfície.

Pode dizer-se que se está perante uma lei de escoamento associado, quando se verifica a igualdade  $Q(\underline{\sigma}) = f(\underline{\sigma})$ , conforme se ilustra na Figura 2.3.



**Figura 2.3 - Representação geométrica da lei da normalidade para plasticidade associada (Natal et al. (2004/2005)).**

## 2.3 O princípio dos trabalhos virtuais

O princípio dos trabalhos virtuais pode ser utilizado no estudo de problemas de colapso de estruturas em materiais geotécnicos, como por exemplo é o solo.

Para o caso de corpos deformáveis, este princípio estabelece que o trabalho provocado pelo carregamento exterior para um deslocamento compatível com as condições de fronteira é igual ao trabalho realizado pelas tensões e deformações internas (adaptado de Guerra (2012)).

No caso de se considerar as taxas de variação do deslocamento (velocidade) e das deformações, o princípio enunciado é ainda válido, substituindo a designação trabalho por potência.

## 2.4 Critérios de cedência

Neste ponto são expostos apenas os critérios de cedência de Tresca e de Mohr-Coulomb por serem os critérios que habitualmente se utilizam na modelação do comportamento do solo, quando este responde em condições não drenadas ou em condições drenadas, respetivamente. Será efetuada uma breve descrição sobre cada um deles, sendo a sua exposição acompanhada pela representação gráfica das respetivas superfícies de cedência.

As equações adotadas seguem a definição apresentada por Salençon (2002). Essas mesmas equações são delimitadas no espaço das tensões principais ( $\sigma_I$ ,  $\sigma_{II}$ ,  $\sigma_{III}$ ), pressupondo a convenção usual da Mecânica dos Solos:

$$\sigma_I \geq \sigma_{II} \geq \sigma_{III}$$

### 2.4.1 Critério de Tresca

É geralmente utilizado para modelar o comportamento respondendo em situação não drenada.

Neste critério, postulado por Tresca em 1864, a função de cedência tem a seguinte representação matemática:

$$f(\underline{\sigma}) = \sigma_I - \sigma_{III} - 2c' \quad (2.4)$$

onde,  $c'$  é o intercepto de coesão.

Como se pode observar da Figura 2.4, a projeção do prisma no plano do desviador é um hexágono regular.

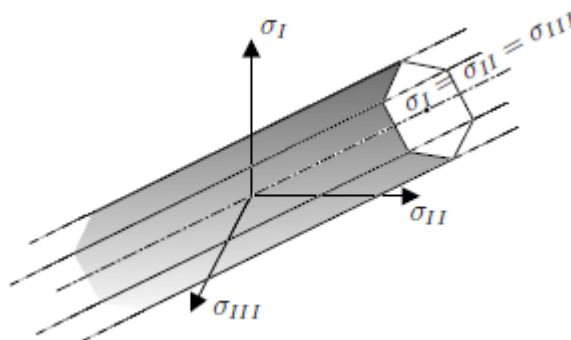


Figura 2.4 - Representação das superfícies de cedência de Tresca.

É por vezes habitual que não seja contemplada a possibilidade de existência da tensão de tração,  $\sigma_T$ , admissível por este critério. Neste caso, obtem-se o denominado critério de Tresca com truncatura à tração,

$$\begin{cases} f(\underline{\underline{\sigma}}) = \sigma_I - \sigma_{III} - 2c', & \sigma_I > \sigma_T \\ f(\underline{\underline{\sigma}}) = 0, & \sigma_I = 0 \end{cases} \quad (2.5)$$

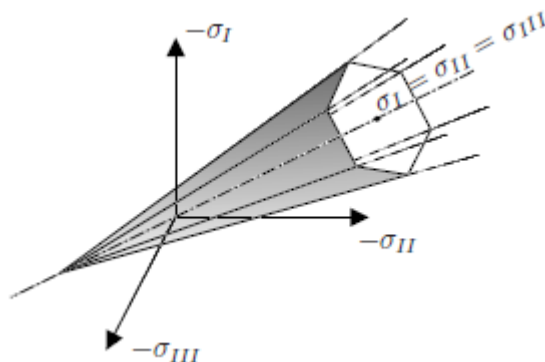
### 2.4.2 Critério de Mohr-Coulomb

O critério de Mohr-Coulomb representa normalmente o comportamento de materiais granulares adequando-se à modelação dos solos designados por atríticos.

A função de cedência pode ser dada pela expressão seguinte em que  $\phi'$  é o ângulo de resistência ao corte do material.

$$f(\underline{\underline{\sigma}}) = \sigma_I(1 + \sin \phi') - \sigma_{III}(1 - \sin \phi') - 2c' \cos \phi' \quad (2.6)$$

Esta condição de cedência é representada na Figura 2.5 por uma geometria correspondente a uma pirâmide hexagonal.



**Figura 2.5 - Representação das superfícies de cedência de Mohr-Coulomb.**

É de notar que no caso de o ângulo de resistência ao corte ser igual a zero,  $\phi' = 0$ , a superfície de cedência de Mohr-Coulomb deixa de ser uma pirâmide hexagonal, passando a ser um prisma de igual base, o que significa que quando tal acontece, este critério coincide com o critério de Tresca. Conclui-se que o critério de Tresca é um caso particular do critério de Mohr-Coulomb.

O critério de Mohr-Coulomb será o utilizado nesta dissertação, para modelar as propriedades de resistência do maciço envolvido.

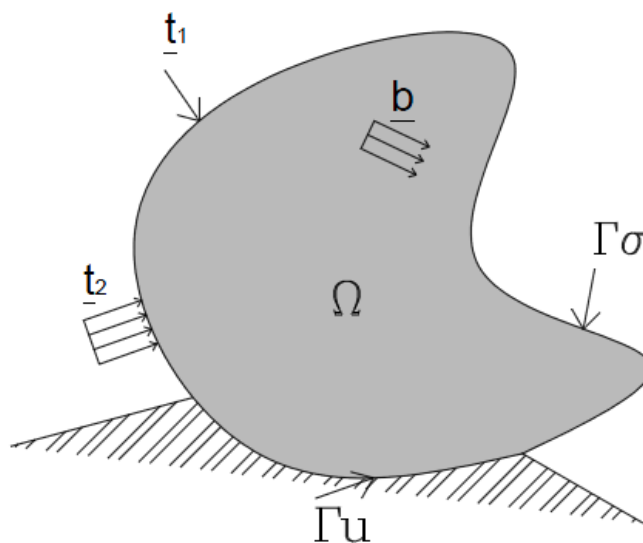
## 2.5 Análise limite

O objetivo da Análise Limite é determinar a carga que leva uma estrutura ao colapso (carga de colapso). Este tipo de análise assume-se como um método para analisar uma estrutura que exiba um comportamento perfeitamente plástico e com lei de fluxo associada. Esta abordagem apresenta uma solução aproximada para a carga última da estrutura e tem como base a Teoria da Plasticidade.

A Análise Limite considera que um corpo rígido perfeitamente plástico ocupa um domínio  $\Omega$ , com fronteira definida pela superfície  $\Gamma$ , que o envolve. A superfície  $\Gamma$  é constituída por duas partes complementares ( $\Gamma_u$  e  $\Gamma_\sigma$ ). Na região  $\Gamma_u$ , exposta pelo requisito de fronteira cinemática o campo de velocidades virtuais,  $\underline{\dot{u}}^*$ , é fixo e nulo.

Por outro lado,  $\Gamma_\sigma$  é representada pelas condições estáticas, onde as forças de fronteiras,  $\underline{t}$ , são definidas.

O corpo é sujeito a forças volúmicas  $\underline{b}$ , que são distribuídas no interior do corpo e a forças de fronteira  $\underline{t}$ , que estão localizados na superfície externa (ver Figura 2.6).



**Figura 2.6 - Definição do tipo de problema.**

A Análise Limite baseia-se em dois importantes teoremas:

- o Teorema Cinemático ou da Região Superior (TRS), e
- o Teorema Estático ou da Região Inferior (TRI).

Destes teoremas, o primeiro respeita as condições de compatibilidade e as propriedades dos materiais e o outro respeita as condições de equilíbrio e as propriedades dos materiais. Estes

teoremas fornecem, respetivamente, um limite superior e um limite inferior de cargas de colapso, o que indica que a solução exata se situa entre estes dois limites. Caso as soluções obtidas através do Teorema da Região Superior sejam iguais às obtidas através do Teorema da Região Inferior, está encontrada a solução exata para a carga de colapso.

### 2.5.1 Teorema Estático ou da Região Inferior

O Teorema da Região Inferior indica que se um determinado carregamento exterior está em equilíbrio com as tensões internas que em nenhum ponto violam o critério de rotura, o carregamento exterior aplicado não causa o colapso (adaptado de Guerra (2012)).

Este teorema permite ignorar a condição de compatibilidade e possibilita obter minorantes da carga de colapso.

### 2.5.2 Teorema Cinemático ou da Região Superior

O Teorema da Região Superior indica que para um dado mecanismo de colapso que seja cinematicamente admissível, caso o trabalho provocado pelo carregamento exterior aplicado no sistema seja igual ao trabalho das tensões internas, então o carregamento aplicado causa o colapso (adaptado de Guerra (2012)).

Este teorema ignora a condição de equilíbrio e permite obter majorantes para a carga de colapso.

A potência dos carregamentos exteriores  $W_e$  é a soma do produto de forças volúmicas  $\underline{b}$  pelo campo de velocidades virtuais  $\underline{\dot{u}}^*$  no domínio  $\Omega$  e do produto das forças de fronteira  $\underline{t}$  pelo campo de velocidades virtuais  $\underline{\dot{u}}^*$  na fronteira estática  $\Gamma_\sigma$ , dado pela equação:

$$W_e = \int_{\Omega} \underline{b} \cdot \underline{\dot{u}}^* d\Omega + \int_{\Gamma_\sigma} \underline{t} \cdot \underline{\dot{u}}^* d\Gamma_\sigma \quad (2.7)$$

A potência dissipada plasticamente  $W_D$  é calculado como:

$$W_D = \int_{\Omega} D(\underline{\dot{\epsilon}}^*) d\Omega \quad (2.8)$$

onde a função  $D(\underline{\dot{\epsilon}}^*)$  representa uma densidade de potência dissipada plasticamente.

Como mencionado anteriormente, o critério de cedência de Mohr-Coulomb é utilizado neste trabalho. Neste caso a função  $D(\underline{\dot{\epsilon}}^*)$  pode ser:



$$D(\underline{\dot{\underline{\epsilon}}}^*) = \begin{cases} \frac{c'}{\tan \phi'} \text{tr}(\underline{\dot{\underline{\epsilon}}}^*) & \text{para } \text{tr}(\underline{\dot{\underline{\epsilon}}}^*) \geq (|\dot{\epsilon}_I| + |\dot{\epsilon}_{II}| + |\dot{\epsilon}_{III}|) \sin(\phi') \\ +\infty & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.9)$$

em que  $\underline{\dot{\underline{\epsilon}}}^*$  é o tensor das velocidades de deformação, cujos valores principais são designados por símbolos romanos.

Como o solo é considerado puramente atrítico, a densidade de potência dissipada plasticamente, é por conseguinte nula.

O carregamento exterior pode ser considerado como a soma de cargas permanentes fixas  $(\tilde{\mathbf{t}}, \tilde{\mathbf{b}})$  e variáveis, afetadas de um parâmetro de carga positivo  $\lambda(\mathbf{t}, \mathbf{b})$ . Pode-se então escrever a potência provocada pelo carregamento exterior como:  $W_e(\dot{\mathbf{u}}^*) = \lambda W_\lambda(\dot{\mathbf{u}}^*) + \tilde{W}(\dot{\mathbf{u}}^*)$ .

A presente dissertação tem por base o Teorema da Região Superior, e pode-se afirmar que se  $\tilde{W} + \lambda W_\lambda > 0$ , em seguida, o conjunto de cargas aplicado ao corpo definido por  $(\lambda \mathbf{t}, \lambda \mathbf{b}, \tilde{\mathbf{t}}, \tilde{\mathbf{b}})$ , não podem ser suportados por aquele corpo. Como corolário deste resultado, pode ser visto que: se  $W_\lambda$  é positivo, em seguida, um valor de  $\lambda$  verificando  $\lambda > -\tilde{W}/W_\lambda$ , corresponde a uma aproximação da região superior para o valor de colapso  $\lambda$ , denotado por  $\lambda_c$ .

Além disso, um menor valor de  $\lambda_c$  corresponde a uma melhor aproximação da carga limite. Por conseguinte, o problema de minimizar  $\lambda$  surge levando à minimização de  $-\tilde{W}/W_\lambda$  no conjunto cinematicamente e plasticamente admissíveis dos campos de velocidade. Por razões numéricas o valor de  $W_\lambda$  é definido igual a um, o que leva em vez disso à minimização de  $-\tilde{W}$  (adaptado de Antão et al. (2011)).

## 2.6 Estado plano de deformação

O estado plano de deformação é um caso particular do estado de deformações, já que este é um estado que se verifica (ao contrário do estado plano de tensão) em corpos onde uma das dimensões, nomeadamente o comprimento, é muito superior às outras duas (largura e altura).

O estado plano de deformações é verificado quando  $\epsilon_{zz}$  (extensão segundo a direção do comprimento), como também todas as deformações cruzadas com essa direção,  $\epsilon_{zx}$  e  $\epsilon_{zy}$ , são nulas.

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & 0 \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

O estudo efetuado diz respeito a problemas com um comportamento de estado plano de deformação (representa um caso mais simples do problema tridimensional), uma vez que se trata de um muro de contenção de comprimento que, por ser muito grande, pode ser considerado como infinito.

## 2.7 Formulação subjacente ao funcionamento do programa

O método de Lagrangiano Aumentado é usado para reescrever o problema de minimização, incluindo algumas das restrições da função objetivo. Isso leva ao seguinte problema de minimização:

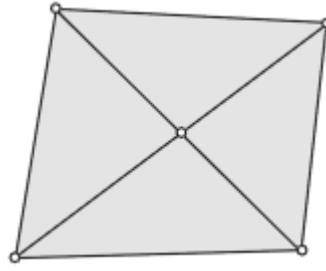
$$\begin{aligned} \text{Min } \mathcal{L}(\dot{\mathbf{u}}^*, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^*, \boldsymbol{\mu}, \mu_\lambda) = & -\tilde{W}(\dot{\mathbf{u}}^*) + \mu_\lambda(1 - W_\lambda) + \int_{\Omega} \boldsymbol{\mu} : (\mathbf{B}\dot{\mathbf{u}}^* - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^*) \, d\Omega + \frac{r}{2} \int_{\Omega} \boldsymbol{\mu} \\ & : |\mathbf{B}\dot{\mathbf{u}}^* - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^*|^2 \, d\Omega \end{aligned} \quad (2.11)$$

em que  $\boldsymbol{\mu}$  é o vetor coletor do multiplicador de Lagrange relacionado com as restrições  $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^* = \mathbf{B}\dot{\mathbf{u}}^*$ , onde  $\mathbf{B}$  é o operador padrão de compatibilidade diferencial (definido mais afrente);  $\mu_\lambda$  é o vetor coletor multiplicador de Lagrange relacionado com a restrição  $W_\lambda = 1$ , e  $r$  é o parâmetro de penalidade (escalar positivo). O processo de minimização deve ser realizado sob a imposição de restrições  $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^*$  como plasticamente admissíveis (Equação 2.9) e  $\dot{\mathbf{u}}^* = 0$  na fronteira cinemática.

A implementação da minimização, apresenta um modelo de elemento finito misto baseado na utilização de dois campos diferentes e independentes, com o intuito de se aproximar da velocidade e do campo da taxa de deformação.

$$\begin{cases} \text{a) } \dot{\mathbf{u}}_i^* = \{v_x, v_y\}_i^T = \mathbf{N}_i \mathbf{d}_i & \text{em } \Omega_i \\ \text{b) } \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_i^* = \{\dot{\varepsilon}_x, \dot{\varepsilon}_y, \dot{\varepsilon}_{xy}\}_i^T = \mathbf{e}_i & \text{em } \Omega_i \end{cases} \quad (2.12)$$

Na Equação 2.12 a), no que diz respeito ao  $i$ -ésimo elemento finito, a matriz  $\mathbf{N}_i$  reúne as funções de aproximação nodal convencional e o vetor  $\mathbf{d}_i$  o peso associado, dado pelos valores de velocidade nodal dos elementos finitos. O vetor  $\mathbf{e}_i$ , na Equação 2.12 b), junta os valores aproximados das componentes da taxa de deformação plástica que são assumidos como constantes. Para implementar o modelo, foram utilizados elementos quadriláteros em 4 triângulos (Figura 2.7) de elementos finitos isoparamétricos.



**Figura 2.7 - Divisão de 1 elemento quadrilátero em 4 triângulos (Vicente da Silva (2009)).**

Apresentadas as aproximações definidas para a velocidade (Equação 2.12 a)) e para o campo da taxa de deformação (Equação 2.12 b)) Lagrangiano, obtêm-se  $n_E$  que representa o número da malha dos elementos;  $\mu_i$  que corresponde ao vetor dos multiplicadores de Lagrange, e  $A_0$  que é a matriz do sistema governativo.

$$\mathbf{B}^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix}^T, \quad \mu_i = \begin{Bmatrix} \mu_x \\ \mu_y \\ 2\mu_{xy} \end{Bmatrix}_i, \quad A_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Para encontrar a solução do problema da Equação 2.13, recorre-se ao algoritmo de Uzawa.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\mathbf{d}, \mathbf{e}, \mu, \mu_\lambda) = & - \sum_{i=1}^{n_E} \left( \int_{\Omega_i} \tilde{\mathbf{b}}^T \mathbf{N}_i d\Omega + \int_{\Gamma_{\sigma i}} \tilde{\mathbf{t}}^T \mathbf{N}_i d\Gamma \right) \mathbf{d}_i \\ & - \mu_\lambda \sum_{i=1}^{n_E} \left( \int_{\Omega_i} \mathbf{b}^T \mathbf{N}_i d\Omega + \int_{\Gamma_{\sigma i}} \mathbf{t}^T \mathbf{N}_i d\Gamma \right) \mathbf{d}_i + \mu_\lambda \\ & + \sum_{i=1}^{n_E} \int_{\Omega_i} \mu_i^T A_0 (\mathbf{B} \mathbf{N}_i) d\Omega \mathbf{d}_i - \sum_{i=1}^{n_E} \int_{\Omega_i} \mu_i^T A_0 \mathbf{e}_i d\Omega \\ & + \frac{r}{2} \sum_{i=1}^{n_E} \mathbf{d}_i^T \int_{\Omega_i} (\mathbf{B} \mathbf{N}_i)^T A_0 (\mathbf{B} \mathbf{N}_i) d\Omega \mathbf{d}_i \\ & - r \sum_{i=1}^{n_E} \mathbf{d}_i^T \int_{\Omega_i} (\mathbf{B} \mathbf{N}_i)^T A_0 \mathbf{e}_i d\Omega + \frac{r}{2} \sum_{i=1}^{n_E} \mathbf{e}_i^T A_0 \mathbf{e}_i d\Omega \end{aligned} \quad (2.13)$$

A ideia que está subjacente a este algoritmo é que, a solução do ponto de sela da Equação 2.13 pode ser obtida por um processo iterativo. Em cada iteração, é necessário minimizar sequencialmente as variáveis Lagrangeanas  $(\mathbf{d}_i^k, \mathbf{e}_i^k, \mu_{\lambda_i}^k)$  e, em seguida, promover a atualização

dos multiplicadores de Lagrange  $\boldsymbol{\mu}$  usando  $\boldsymbol{\mu}_i^{k+1} = \boldsymbol{\mu}_i^k + r(\mathbf{B}\mathbf{N}_i\mathbf{d}_i^k - \mathbf{e}_i^k)$ . A minimização da Equação 2.13 em relação às variáveis  $(\mathbf{d}_i^k, \mathbf{e}_i^k, \boldsymbol{\mu}_{\lambda_i}^k)$  é obtida por um processo de relaxamento: é realizada uma minimização da Equação 2.13 para  $(\mathbf{d}_i^k, \boldsymbol{\mu}_{\lambda_i}^k)$ , seguido por uma minimização da Equação 2.13 para  $\mathbf{e}_i^k$ . O primeiro passo do processo de relaxação leva à resolução de um sistema de equações lineares. A matriz que rege esse sistema de equações lineares é definida de uma vez por todas, na primeira iteração do algoritmo de Uzawa; esta matriz contribui para a resolução do problema de velocidade nos nós de todos os elementos da malha. No segundo passo, a minimização da Equação 2.13 em relação à variável  $\mathbf{e}_i^k$ , resulta de um problema de minimização sujeito à restrição que impõe a admissibilidade plástica, que para o presente caso, foi apresentado na Equação 2.9. É importante de salientar, que esta minimização depende apenas das propriedades do material sobre as velocidades e multiplicadores de Lagrange anteriormente calculadas para cada elemento. Isto deve-se ao facto da minimização sob restrição ser realizada por apenas três variáveis em cada elemento (direções principais das taxas de deformação), o que por sua vez é pouco dispendioso no que diz respeito ao tempo de cálculo. Além disso, o facto de esta minimização poder ser realizada de forma independente para cada elemento, torna-se particularmente adequado para uma implementação paralela (adaptado de Antão et al. (2011)).

Mais detalhes sobre as técnicas de computação numérica, utilizado pelo *software* de elementos finitos Sublim3D, podem ser encontrados em Vicente da Silva e Antão (2008) e/ou em Vicente da Silva (2009).

## Definição do Modelo

### 3.1 Introdução

Neste capítulo começa-se por definir o problema estudado. Para a definição do problema em causa descrevem-se as três classes de condições de que ele depende: geometria e condições de fronteiras, cargas aplicadas e características de resistência do solo. É também referida a metodologia de cálculo que foi empregue, nomeadamente no que diz respeito à construção do modelo de elementos finitos utilizado. Ainda neste capítulo, apresenta-se o estudo da malha de elementos finitos a utilizar nos cálculos subsequentes.

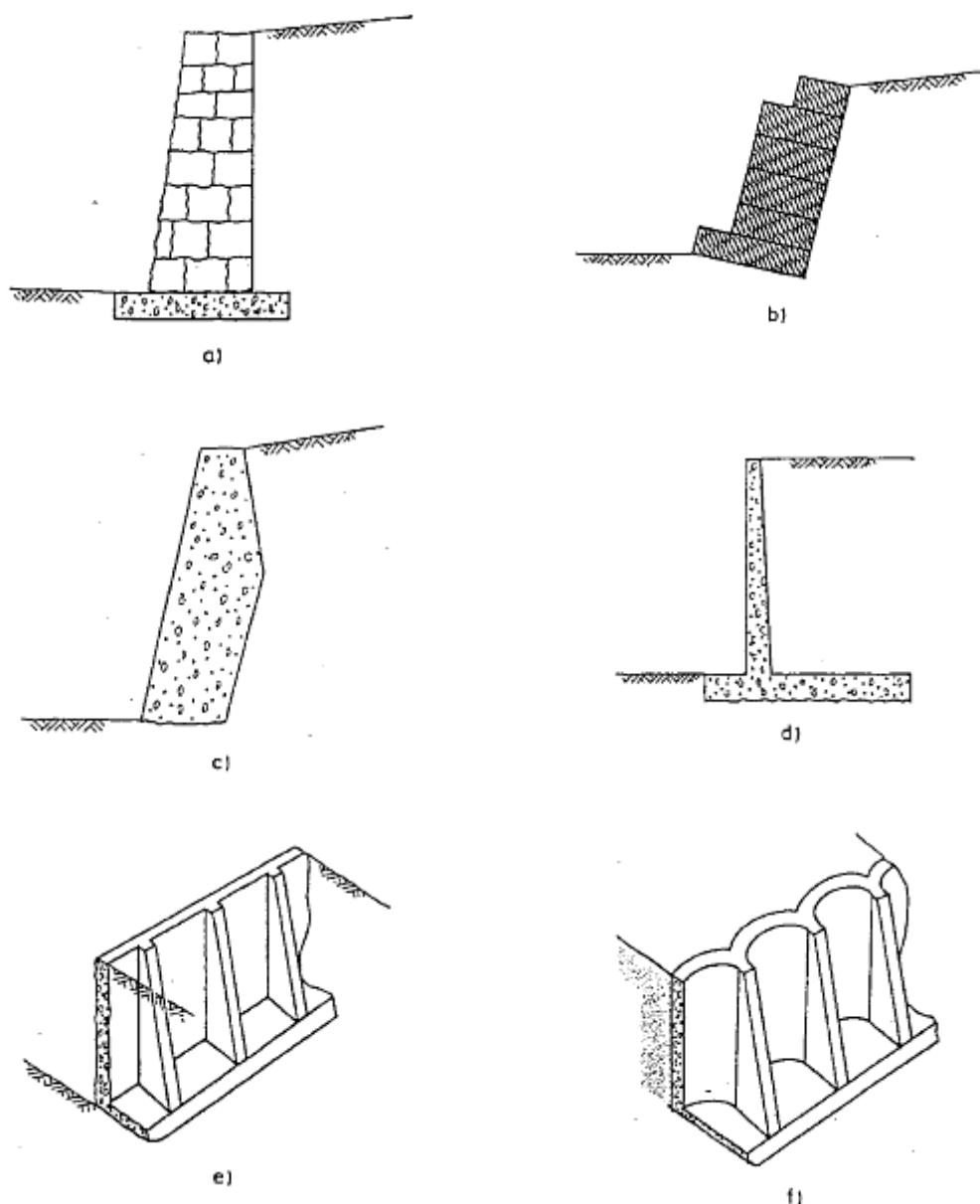
A convenção de sinais adotada nos cálculos, será a da Mecânica dos Solos. Esta convenção considera que a compressão é positiva e que os esforços de corte (tangenciais) são positivos quando provocam a rotação do elemento no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio.

Apenas foram utilizadas malhas constituídas por elementos finitos triangulares obtidas a partir da divisão de quadriláteros pelas suas diagonais, em toda a estrutura geotécnica. Estas malhas estruturadas não foram alvo de nenhum refinamento localizado.

### 3.2 Considerações preliminares

Um muro de suporte de gravidade interatua com o maciço terroso por meio do seu paramento (face do muro que interatua com o solo). Como consequência dessa interação, dispõem-se sobre aquele paramento forças, sendo a sua resultante denominada por impulso  $I$ .

O paramento pode ser vertical retilíneo (Figura 3.1 a)), inclinado retilíneo (Figuras 3.1 b) e d)) ou irregular (Figuras 3.1 c) e e f)).



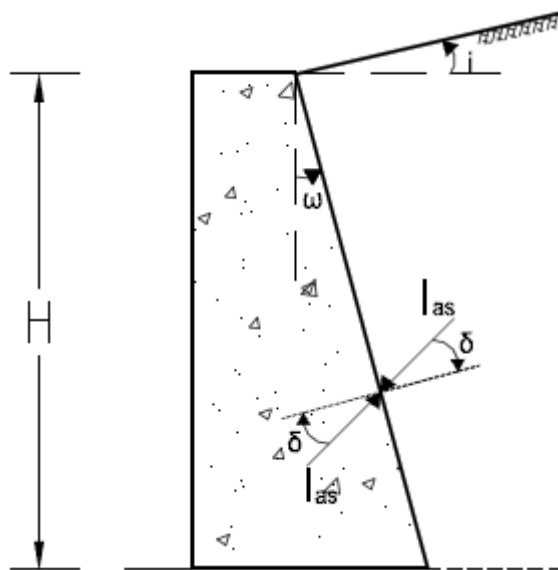
**Figura 3.1 - Tipos de muros de suporte “rígidos”: a) muro de alvenaria; b) muro de gabiões; c) muro de betão não armado; d) muro de betão armado; e) e f) muro de betão armado com contrafortes (Matos Fernandes (2012)).**

Através da mesma figura pode-se classificar os diferentes tipos de muros de gravidade consoante os seus materiais:

- Os muros de alvenaria de pedra (Figura 3.1 a)), constituídos maioritariamente por pedras de alguma dimensão;
- Os muros de gabiões (Figura 3.1 b)), constituídos por caixas com formato de prisma retangular de malha de fios de aço galvanizado preenchidas por pedras britadas;

- Os muros de betão são estruturas frequentemente utilizadas em obras de engenharia civil: betão ciclópico (Figura 3.1 c)) para alturas comedidas e conservadoras e betão armado (Figura 3.1 d)) para alturas superiores. Os muros de betão armado em “L” ou em “T”, podem ser considerados estruturas de suporte de gravidade, na medida em que a sua estabilidade é assegurada pelo seu peso próprio e pelo solo que funciona como parte integrante do muro, e
- Uma variante destas estruturas armadas são os muros de contrafortes ou de gigantes (Figura 3.1 e) e f)). Em geral, os contrafortes ficam para o lado das terras, devido não só a economia de espaço desse modo conseguida, mas também ao facto de o peso das terras entre contrafortes ser altamente favorável para a estabilidade do muro (adaptado de Matos Fernandes (2012)).

O modelo utilizado no presente trabalho aplica-se a muros com paramentos retilíneos, verticais ou inclinados em relação à vertical  $\omega$ . Em relação ao terraplino, este é considerado também retilíneo, com a possibilidade de ter uma inclinação  $i$  não nula em relação à horizontal (Figura 3.2).



**Figura 3.2 - Impulso de terras.**

Neste trabalho aborda-se também o dimensionamento de estruturas de suporte quando sujeitas aos efeitos dos sismos. Estes (efeitos dos sismos) são representados por acelerações horizontais e/ou verticais constantes ao longo de toda a altura do terreno suportado, considerando-se assim de uma aproximação pseudo-estática.

A modelação do problema tem ainda em conta as seguintes hipóteses:

- a) o maciço é constituído por um solo incoerente, seco e homogéneo;
- b) possibilidade de existência do atrito (adesão) entre o solo e a estrutura  $\delta$ ;
- c) possibilidade de considerar a existência de uma sobrecarga na superfície livre do solo, e
- d) durante o sismo as terras suportadas comportam-se como um corpo deformável.

Pretende-se assim com esta dissertação, determinar o valor da força mínima de interação solo estrutura, designado por impulso ativo, por forma a que este esteja estável quando sujeito à ação sísmica  $I_{as}$ . Se valores inferiores a este forem aplicados ao terraplino, ocorre o colapso.

### 3.3 Geometria e condições de fronteira em deslocamentos

A geometria utilizada nos cálculos efetuados é representada esquematicamente na Figura 3.3. Representa um muro de altura  $H$  com paramento inclinado do ângulo  $\omega$  em relação à vertical. O terraplino faz um ângulo  $i$  em relação à horizontal e  $L$  é a projeção na horizontal do seu comprimento.

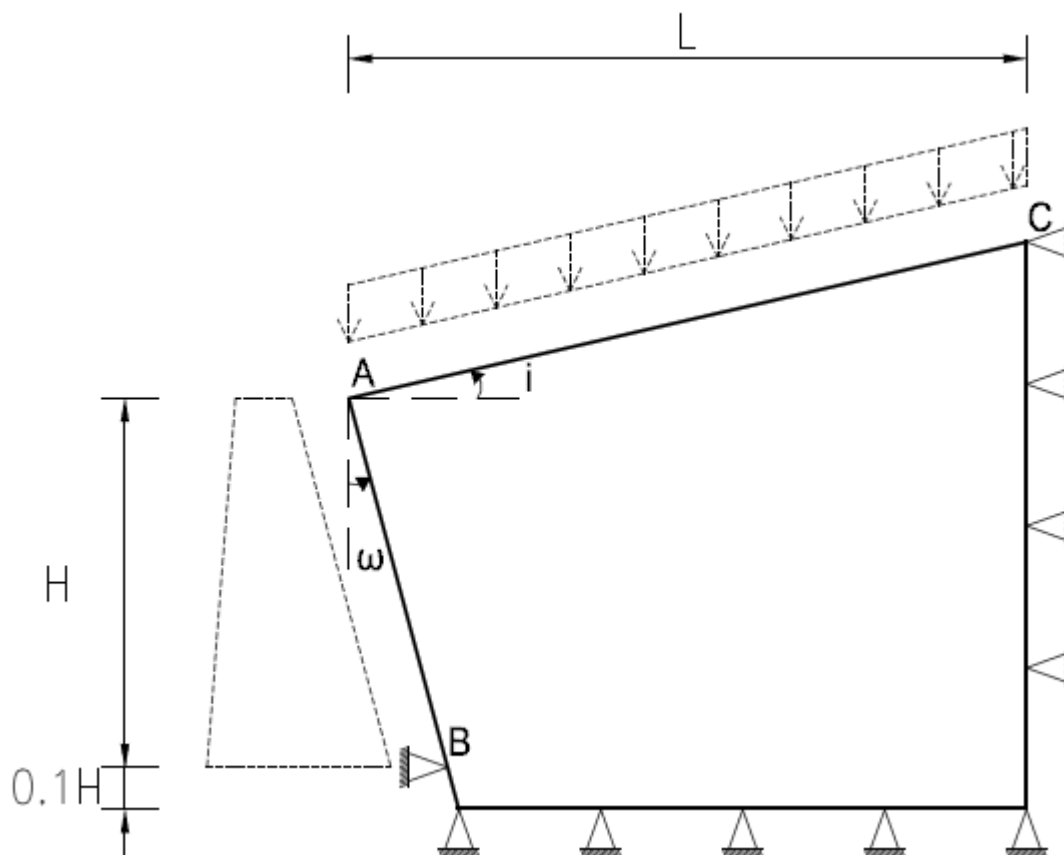


Figura 3.3 - Definição da geometria e das condições de fronteira.



Nas diferentes configurações geométricas os parâmetros  $i$  e  $\omega$  tomaram os seguintes valores:

**Tabela 3.1 - Configurações geométricas estudadas.**

$i$	$\omega$
$0^\circ$	$0^\circ$
	$-20^\circ, 20^\circ$ e $30^\circ$
$10^\circ$	$0^\circ$
$20^\circ$	$0^\circ$
$30^\circ$	$0^\circ$

O valor de  $L$  foi escolhido de forma a ser o mínimo para o qual não se registou a sua influência no valor das aproximações das cargas de colapso.

Em relação às condições de fronteira, os deslocamentos são impedidos nas fronteiras lateral direita e inferior, bem como numa porção da fronteira esquerda.

## 3.4 Cargas aplicadas

### 3.4.1 Impulsos

Para simular o efeito do muro sobre o maciço foram aplicadas tensões normais,  $\sigma$ , e tangenciais,  $\tau$ , na superfície AB, como representado nas Figuras 3.4 e 3.5. Na Figura 3.4 estão representadas distribuições de tensão linearmente crescentes com a profundidade, enquanto que na Figura 3.5 estas distribuições são constantes, representando diferentes ações do muro sobre o maciço, dependendo do caso de carregamento a analisar. Em ambas figuras, as tensões aplicadas ao maciço são simétricas em relação às que o maciço exerceria sobre a estrutura de suporte. A resultante destes diagramas de tensão é o impulso atuante no maciço.

Com as definições apresentadas nas Figuras 3.4 e 3.5, o ângulo de atrito solo-estrutura é dado por:

$$\delta = -\omega + \arctan\left(\frac{\tau}{\sigma}\right) \quad (3.1)$$

1. Geometrias estudadas apenas para os casos estáticos

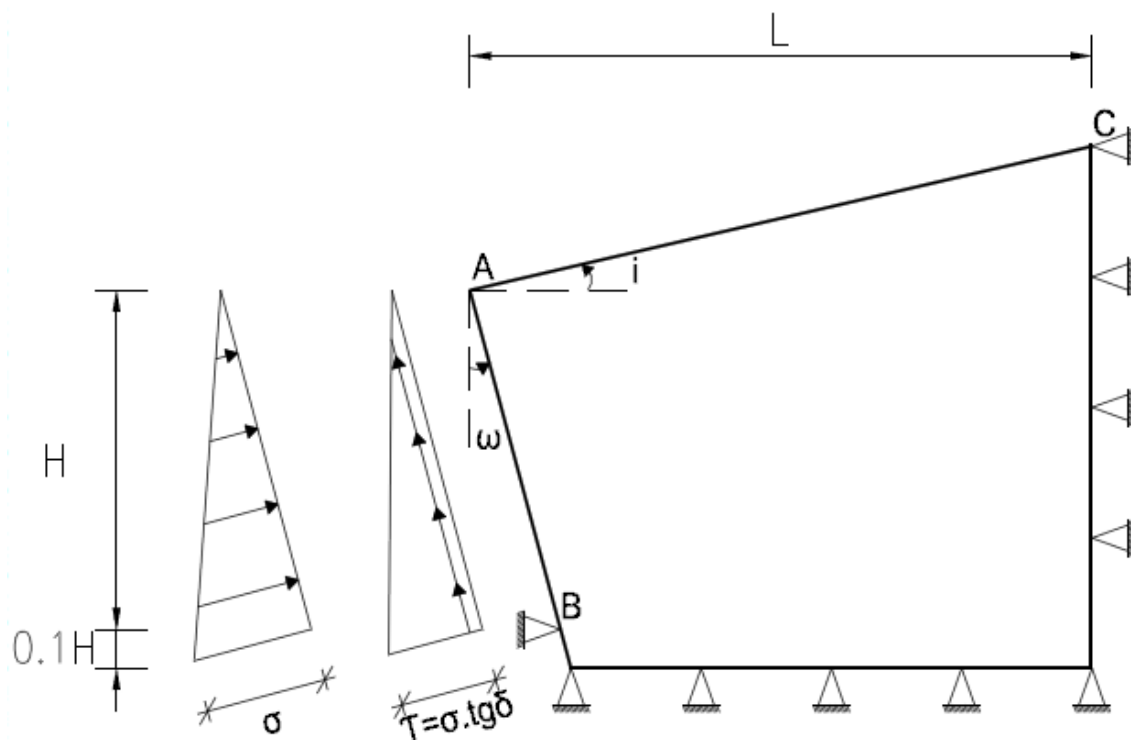


Figura 3.4 - Definição das tensões aplicadas ao maciço com distribuições triangulares.

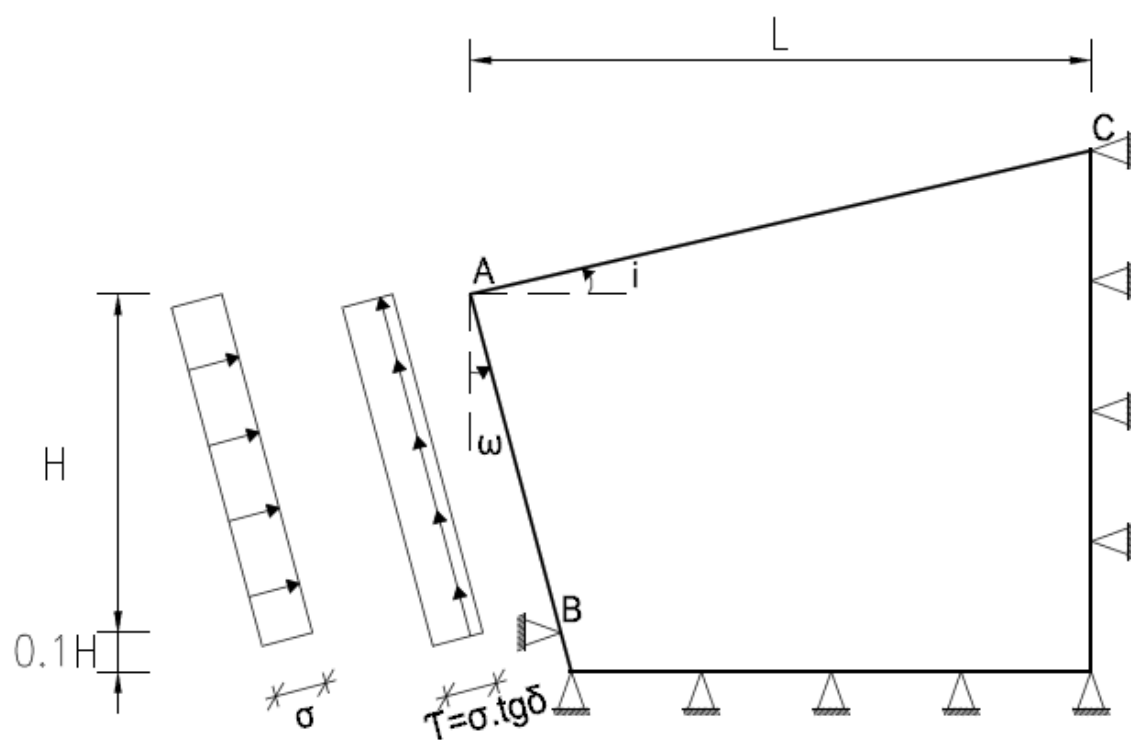
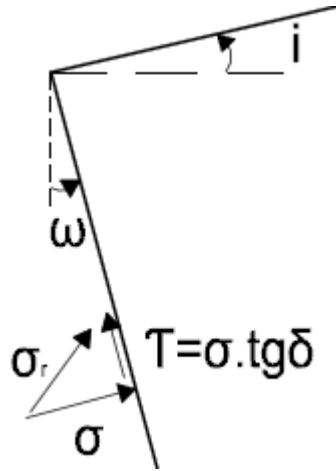


Figura 3.5 - Definição das tensões aplicadas ao maciço com distribuições retangulares.

Considerou-se em cada cálculo uma relação constante entre os valores de  $\sigma$  e  $\tau$ , em cada ponto, de tal forma que em módulo  $|\tau| = |\sigma| \tan \delta$ , como indicado na Figura 3.6.



**Figura 3.6 - Tensão resultante.**

Nestas condições a resultante local é dado por  $\sigma_r = \sigma / \cos \delta$ .

Com as definições anteriores, o impulso resultante tem o sentido a apontar para o interior do maciço. Como visto anteriormente, no programa Sublim3D o trabalho das forças afetadas pelo parâmetro de carga  $\lambda$  deverá ser positivo. Para verificar esta condição, o deslocamento da superfície deveria ser, globalmente, no sentido do maciço, o que corresponde a um impulso passivo. De forma a obviar este problema, os diagramas de tensão são decompostos na soma de dois: um, constante durante o cálculo, com sentido apresentado nas Figuras 3.4 e 3.5 ( $\sigma_1, \tau_1$ ) e outro, variável, afetado do parâmetro de carga  $\lambda$ , com a mesma direção mas sentido inverso ( $\sigma_2, \tau_2$ ), onde  $\sigma_2 = -k\sigma_1$  com  $k > 0$ . No caso correspondente à Figura 3.4 o impulso ativo será dado por:

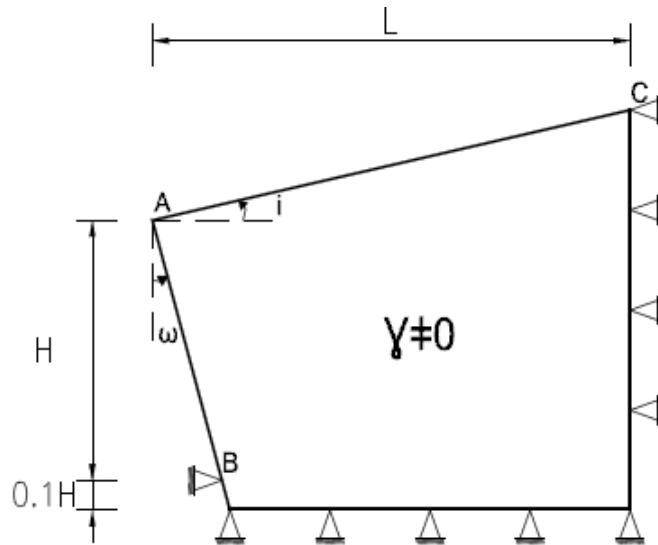
$$I_a = \frac{\sigma_{1R} - \sigma_{2R}\lambda}{2} \times \frac{H}{\cos \omega} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2\lambda}{2} \times \frac{H}{\cos \omega \cos \delta} \quad (3.2)$$

No segundo caso, correspondente à Figura 3.5, o impulso ativo tomará o valor de:

$$I_a = (\sigma_{1R} - \sigma_{2R}\lambda) \times \frac{H}{\cos \omega} = (\sigma_1 - \sigma_2\lambda) \times \frac{H}{\cos \omega \cos \delta} \quad (3.3)$$

#### 3.4.1.1 Pressões devidos ao peso volúmico

O impulso ativo dado pela Equação 3.2, que está associado à distribuição de tensões linear, crescente em profundidade apresentado na Figura 3.4, será o impulso ativo devido ao peso volúmico do solo  $\gamma$  e por esse motivo, é designado por  $I_{a\gamma}$ .



**Figura 3.7 - Aplicação do peso volúmico.**

A fórmula usual de cálculo do impulso  $I_{ay}$ , assumindo uma inclinação de ângulo  $\delta$  com a normal do paramento, é dada por:

$$I_{ay} = \frac{1}{2} K_{ay} \gamma H^2 \quad (3.4)$$

Ao igualar a Expressão 3.4 com a Equação 3.2, pode-se estimar o valor do coeficiente de impulso ativo devido ao peso volúmico  $K_{ay}$  como:

$$K_{ay} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2 \lambda}{\gamma} \times \frac{1}{H \cos \omega \cos \delta} \quad (3.5)$$

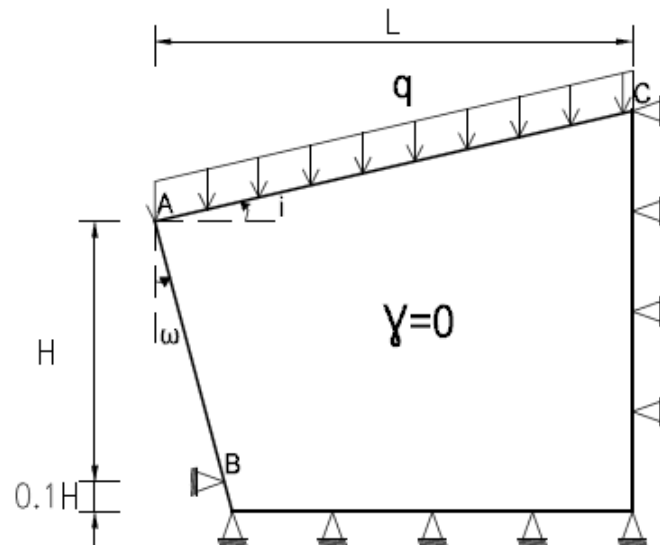
### 3.4.1.2 Pressões devidas a uma sobrecarga

O impulso ativo dado pela Equação 3.3, que está associado à distribuição de tensões constante, apresentado na Figura 3.5, será o impulso ativo devido à existência de sobrecarga aplicada na superfície do terreno  $q$  e por esse motivo, é designado por  $I_{aq}$ .

Tradicionalmente o cálculo deste impulso é feito considerando apenas a existência da carga  $q$  e, por isso, tomando  $\gamma = 0$ .

A fórmula usual de cálculo do impulso  $I_{aq}$ , assumindo uma inclinação de ângulo  $\delta$  com a normal do paramento, é dada por:

$$I_{aq} = K_{aq} q H \quad (3.6)$$



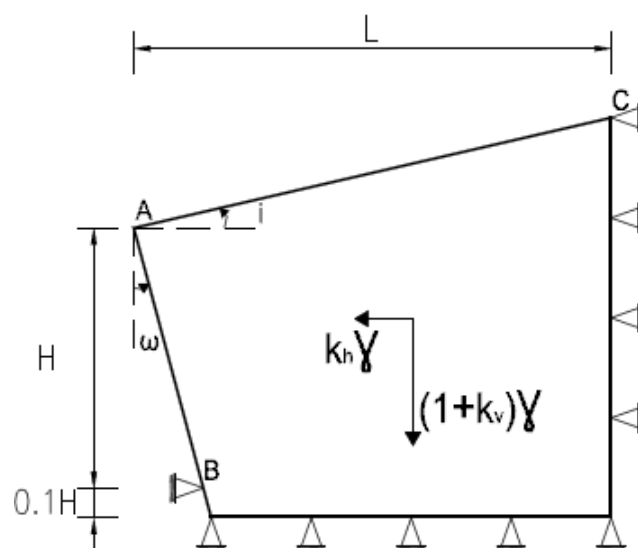
**Figura 3.8 - Aplicação da sobrecarga à superfície do terreno.**

Ao igualar a Expressão 3.6 com a Equação 3.3, pode-se estimar o valor do coeficiente de impulso ativo devido à existência de sobrecarga aplicada na superfície do terreno  $K_{aq}$ , como:

$$K_{aq} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2 \lambda}{q} \times \frac{1}{\cos \omega \cos \delta} \quad (3.7)$$

### 3.4.1.3 Consideração da ação sísmica

No presente trabalho considerou-se o efeito da ação sísmica recorrendo a uma análise pseudo-estática. O efeito do sismo é implementado através de forças de inércia. Essas forças são obtidas multiplicando o peso do corpo  $\gamma$  por fatores adimensionais designados por coeficientes de aceleração sísmica horizontal,  $k_h$ , e coeficientes de aceleração sísmica vertical,  $k_v$  (Figura 3.9).



**Figura 3.9 - Aplicação da ação sísmica.**

No que diz respeito aos sentidos das forças inerciais  $k_h\gamma$  e  $k_v\gamma$ , considerou-se que estas estariam dispostas de maneira a corresponder a um maior impulso. Para tal, aplicou-se  $k_h\gamma$  dirigida no sentido do paramento e  $k_v\gamma$  disposta com sentido descendente. Todavia, adotar o sentido de  $k_v$  de forma a aumentar o peso da cunha, poderá não conduzir à situação mais crítica em termos de estabilidade.

Os valores de  $k_h$  foram limitados, para os diferentes valores de  $k_v$ ,  $\phi'$  e  $i$ , inferiormente pelo valor nulo e superiormente pelo valor dos coeficientes de aceleração sísmica horizontal crítica  $k_{h,cr}$  dado por:

$$k_{h,cr} = (1 \pm k_v) \tan(\phi' - i) \quad (3.8)$$

A aproximação dos níveis de aceleração horizontal nos cálculos efetuados foi feita sempre no sentido de não ultrapassar o valor crítico, embora também a consideração de  $k_h > 0,35$  e  $k_v > 0,5k_h$  serem pouco realistas, pelo menos nos solos portugueses. Contudo ultrapassou-se esses valores nos cálculos, de forma a se poder aferir das capacidades do programa de cálculo.

Na Tabela 3.2 apresentam-se as combinações dos coeficientes de aceleração  $k_h$  com os níveis de aceleração  $k_v$  estudadas:

**Tabela 3.2- Combinações dos diversos níveis de aceleração estudados no presente trabalho.**

$k_h$	$k_v/k_h$
0	—
0,1	$0; \frac{1}{2}; 1$
0,2	$0; \frac{1}{2}; 1$
0,3	$0; \frac{1}{2}; 1$
0,4	$0; \frac{1}{2}; 1$
0,5	$0; \frac{1}{2}; 1$

Adicionando-se o efeito da ação sísmica, o coeficiente de impulso ativo devido ao peso volumico dado pela Equação 3.5 é o coeficiente de impulso ativo devido ao peso do solo quando sujeita ao sismo e por esse motivo, é representado por  $K_{ays}$ . Utiliza-se esta simbologia para distinguir o caso estático do caso dinâmico.

### 3.5 Características mecânicas do solo

Tendo em conta que o âmbito do problema se restringe ao colapso de uma estrutura de suporte, o solo suportado é considerado puramente atrítico. No entanto, devido a considerações de origem teórica e de resolução numérica, introduziu-se nos cálculos um valor de intercepto de coesão  $c'$  de 0,001 kPa.

Na Tabela 3.3 apresentam-se as combinações dos  $\phi'$  com os ângulos de atrito solo-estrutura  $\delta$  dos cálculos realizados:

**Tabela 3.3- Combinações dos ângulos de resistência ao corte com os ângulos de atrito solo-estrutura estudados no presente trabalho.**

$\phi'$	$\delta/\phi'$
20°	$0; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; 1$
25°	$0; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; 1$
30°	$0; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; 1$
35°	$0; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; 1$
40°	$0; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; 1$

Note-se que, cada uma destas combinações foi aplicada a todas as geometrias e a todos os valores de aceleração quer horizontal, quer vertical, utilizados.

### 3.6 Metodologia de cálculo

A concretização do modelo numérico do problema tratado foi realizada recorrendo a diversos programas, pela seguinte ordem: Ansys®, Convert e Sublim3D. Para a verificação gráfica da conformidade da solução com o que foi modelado, foi utilizado também o *software* Paraview®.

Com o programa Ansys® é possível criar a malha inicial da estrutura geotécnica. Nesta fase dá-se:

- a definição do seu domínio geométrico (introduz-se a altura  $H$ , a dimensão  $L$  e as inclinações  $\omega$  e  $i$ ) assim como a dimensão da malha;

- a aplicação das condições de fronteira referentes a deslocamentos e, por fim
- a ocorrência da escrita de toda a informação relevante no ficheiro de dados inicial.

Com recurso ao programa Convert, converte-se o ficheiro emitido pelo programa Ansys® num ficheiro capaz de ser lido pelo programa Sublim3D, fazendo-se:

- a leitura do ficheiro de dados anterior;
- a definição das características mecânicas do material;
- a descrição das cargas aplicadas;
- a definição do tipo de aproximação utilizada para os deslocamentos (linear ou quadrática), e
- a escrita do ficheiro de dados final.

Antes de se poder obter a solução, para o que é necessário fazer correr o ficheiro, já convertido, no programa Sublim3D, é ainda realizado o processo de renumeração dos nós da malha, de forma a otimizar a dimensão das matrizes envolvidas no cálculo.

Efetuada o cálculo por parte do *software* Sublim3D, este emite dois ficheiros:

- um em que mostra a evolução do parâmetro de carga em função do número de iterações do algoritmo de Uzawa efetuadas, o tempo gasto no processo e o valor da solução, e
- outro, com estrutura de dados introduzível no *software* Paraview®, onde se definem os campos de velocidades e de deformação obtidos.

Com o programa Paraview®, é possível comprovar graficamente a qualidade do mecanismo obtido, ou seja, verificar se a solução está coerente com o que foi modelado. Não são consideradas válidas as soluções em que os campos de deformações plásticas são influenciados pelas condições limite do domínio de forma negativa, na medida em que possam representar uma diminuição dos graus de liberdade da solução. A qualidade da solução obtida é ainda verificada através da visualização gráfica da evolução do parâmetro de carga,  $\lambda$ .

### 3.6.1 Exemplo de cálculo

De forma a se perceber melhor a metodologia de cálculo do presente trabalho, expõe o processo enunciado para um exemplo simples, com a finalidade de determinar o coeficiente de impulso ativo sísmico devido ao peso volúmico  $K_{a\gamma s}$  para o seguinte caso geométrico:



- declive do terreno com a horizontal  $i \neq 0$  e paramento vertical  $\omega = 0$ .

De seguida apresenta-se de forma breve, a descrição dos dados necessários para a resolução do problema. O modelo segue o exemplo das considerações apresentados nas Figuras 3.4, 3.7 e 3.9.

### GEOMETRIA

- $H/\cos \omega = 1$

- $L = 2$

- $i = 20^\circ$

- $\omega = 0^\circ$

### PROPRIEDADES DO MACIÇO

- $\phi' = 40^\circ$

- $\delta = 20^\circ$

### CARREGAMENTOS

- $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$

- $k_h \times \gamma = 0,1\gamma$

- $(1 + k_v) \times \gamma = (1 + 0,5k_h)\gamma$

O processo de resolução inicia-se pela geração da malha. Apresenta-se na Figura 3.10 uma malha com elementos triangulares. Estes são obtidos a partir das diagonais de elementos de quatro lados.

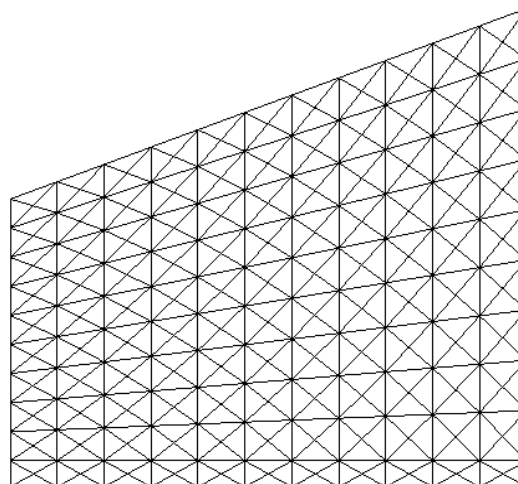


Figura 3.10 - Malha do cálculo do coeficiente de impulso ativo sísmico.

Note-se que para exemplificar de forma simples a metodologia de cálculo usada, se exibe uma figura de malha menos fina do que as utilizadas nos cálculos apresentados no capítulo seguinte.

Os passos seguintes são respetivamente: associar as restrições à estrutura, definir o critério de cedência da estrutura e concluir o ficheiro de dados, aplicando-se as cargas de colapso. Por último, corre-se o ficheiro de dados criado, apresentando-se na Figura 3.11 o resultado de parte do ficheiro onde se pode ver o valor de  $\lambda$  de colapso, do número de iterações e do tempo de cálculo utilizado por cada um dos processadores envolvidos no cálculo paralelo.

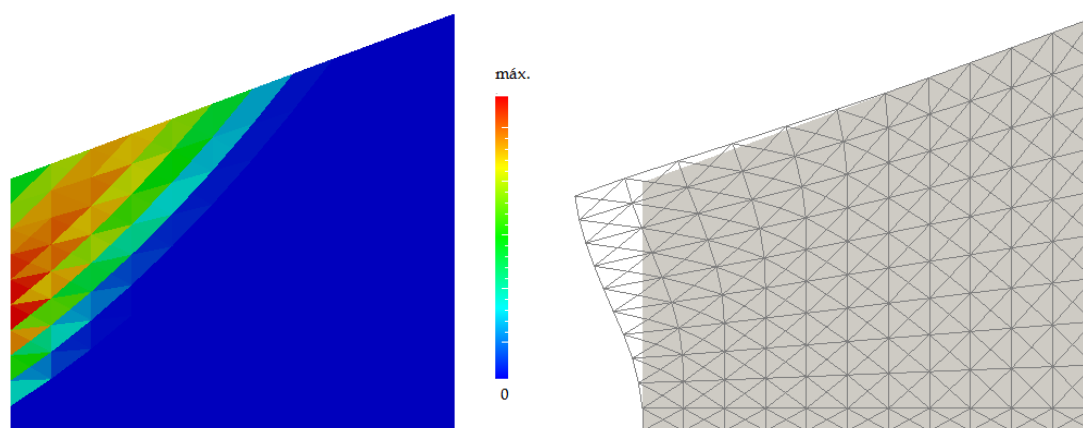
```

COLLAPSE LOAD MULTIPLIER: 13.8435
nr. of total iter.= 861
Elapsed Time: 0 h 0 m 4.05 s
CPU Time: 0 h 0 m 4.07s (master)
CPU Time: 0 h 0 m 4.06s (slave)
CPU Time: 0 h 0 m 4.07s (slave)
CPU Time: 0 h 0 m 4.06s (slave)
CPU Time: 0 h 0 m 4.08s (slave)
CPU Time: 0 h 0 m 4.08s (slave)
CPU Time: 0 h 0 m 4.07s (slave)
CPU Time: 0 h 0 m 4.07s (slave)
CPU Time: 0 h 0 m 4.07s (slave)

```

**Figura 3.11 - Resultado obtido pelo Sublim3D.**

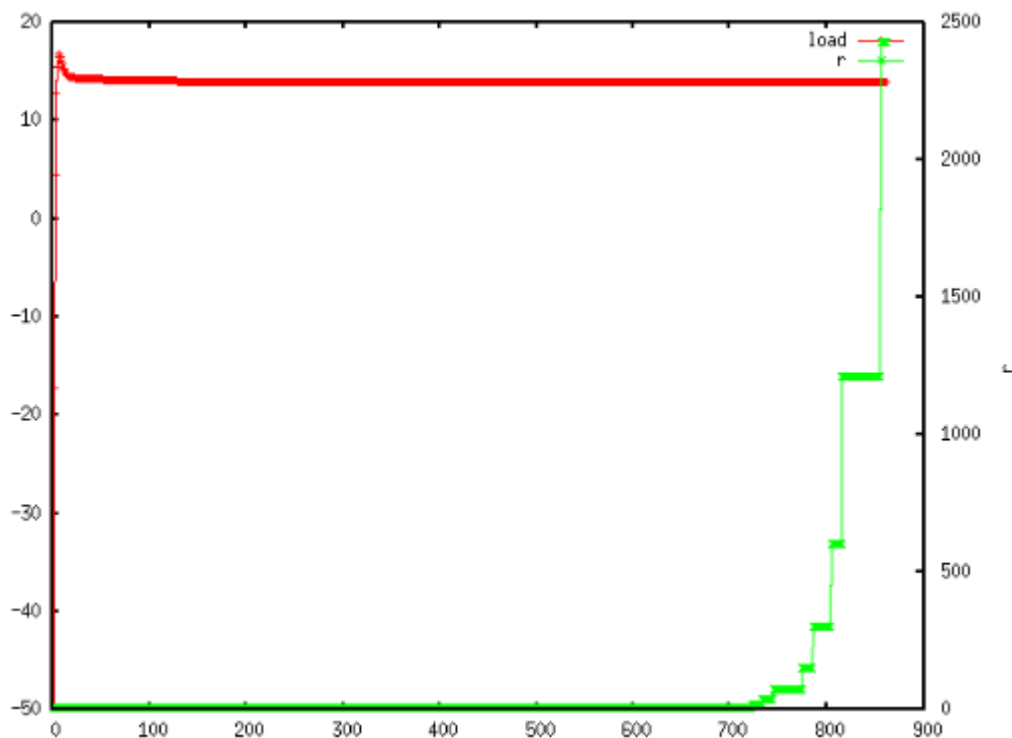
Na Figura 3.12 apresentam-se os resultados gráficos para a distribuição das deformações plásticas e da malha deformada, que permitem a análise do resultado e a conformidade do resultado com o modelo pretendido.



**Figura 3.12 - Resultado adicional obtido pelo Sublim3D e visualizado no Paraview.**

Para este caso, verifica-se a formação de uma cunha de solo em deformação plástica, formando uma zona de contato com o restante solo que se afasta significativamente de uma superfície plana.

Na Figura 3.13 apresenta-se a evolução dos parâmetros de carga  $\lambda$  e de penalização  $r$ , com o número de iterações. Verifica-se a boa e rápida convergência do cálculo.



**Figura 3.13 - Ilustração da convergência do algoritmo de Uzawa.**

Quando a solução não converge satisfatoriamente no número de iterações máximas previstas, este limite deverá ser alterado, sendo que se considera que a convergência é obtida quando a variação relativa do parâmetro de carga ao longo de um número dado de iterações (30 nos presentes cálculos) é inferior a uma tolerância dada ( $1 \times 10^{-5}$  para os cálculos realizados). O programa Sublim3D calcula automaticamente o parâmetro de penalidade  $r$ .

No caso do presente exemplo e atendendo a que se iniciaram os cálculos com  $\sigma_1 = 20$ ;  $\sigma_2 = 1$  e se obteve um valor de  $\lambda = 13,844$ , através da Expressão 3.5 obteve-se :

$$K_{ays} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2 \lambda}{\gamma} \times \frac{1}{H \cos \omega \cos \delta} = \frac{20 - 1 \times 13,844}{20} \times \frac{1}{1 \times \cos 0 \times \cos 20} \approx 0,3276$$

### 3.7 Escolha da malha de elementos finitos

Com a finalidade de aproximarmos o mais possível a soluções aceitáveis, realizaram-se estudos prévios tendo em consideração o tamanho dos elementos da malha a utilizar.

Esta observação foi apenas efetuada para o caso de coeficientes de impulsos ativos estáticos devidos ao peso volúmico  $K_{ay}$  assumindo-se, que fenómenos semelhantes ocorreriam para as situações dinâmicas.

As malhas de elementos finitos testadas foram de dois tipos e ambas baseadas em elementos triangulares: no primeiro caso com uma aproximação linear (triângulos de 3 nós) e no segundo com uma estimação quadrática (triângulos de 6 nós) para os campos de velocidade.

Note-se que a descrição sumária feita do funcionamento do programa Sublim3D feita na seção 2.7, é baseada na utilização de triângulos de 3 nós. Para ver a implementação dos triângulos de 6 nós, recomenda-se ao leitor a referência Antão, A. N., Vicente da Silva, M. J., Guerra, N. M. C. & Delgado, R. (2012).

Apresenta-se nas Figuras 3.14 e 3.15 a evolução dos valores dos coeficientes de impulso  $K_{ay}$  em função da dimensão dos elementos da malha/H correspondente a  $\phi' = 30^\circ$ ,  $\delta = \phi'$ ,  $\omega = 0^\circ$  e  $i = 0^\circ$ , para os casos de aproximações linear e quadrática respetivamente. Como neste caso geométrico a dimensão dos elementos da malha é uniforme ao longo do domínio, esta é dada pelo valor do comprimento dos quadriláteros presentes.

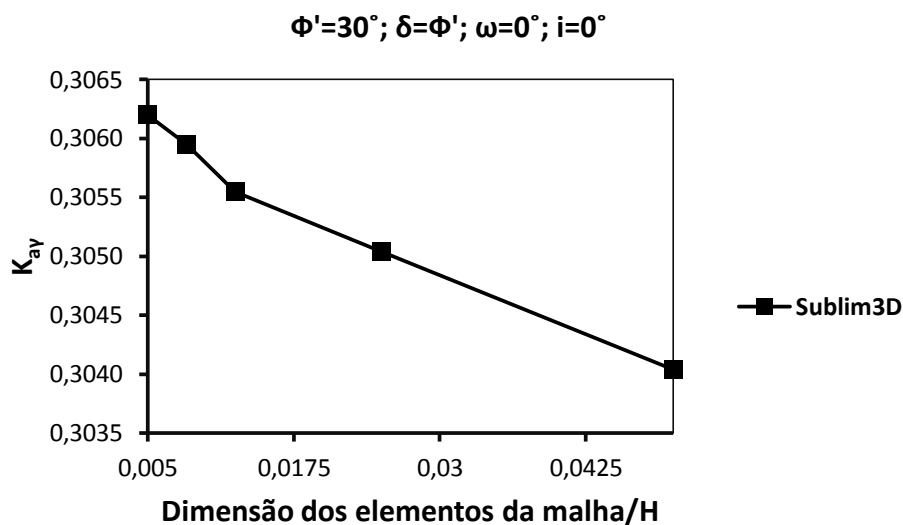
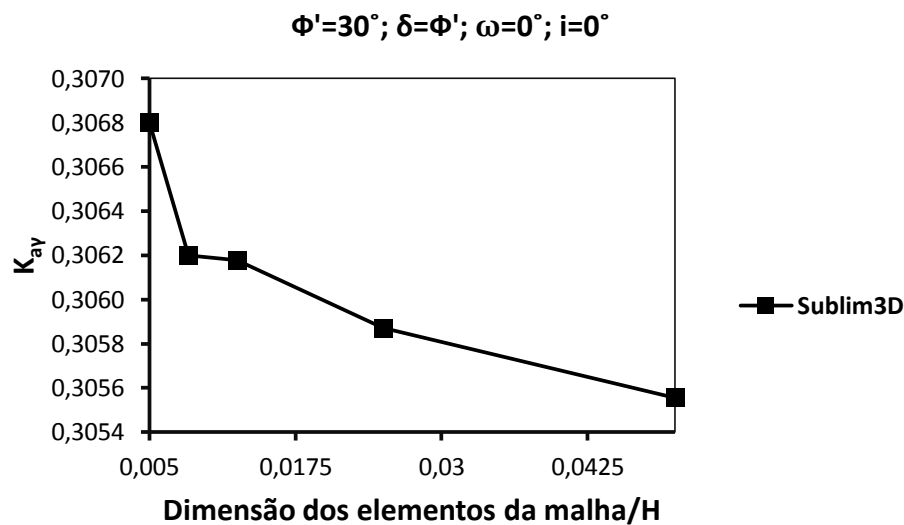


Figura 3.14 -  $K_{ay}$  em função da dimensão dos elementos da malha/H usando uma estimativa linear.



**Figura 3.15 -  $K_{ay}$  em função da dimensão dos elementos da malha/H usando uma aproximação quadrática.**

Verifica-se, como seria de esperar, a melhor qualidade dos valores fornecidos pelos elementos de aproximação quadrática. Repare-se ainda que a variação dos resultados fornecidos pelas dimensões de malha extrema é inferior a 1%.

Não há relação proporcional entre a dimensão dos elementos de malha/H e os resultados, havendo mesmo um comportamento que não foi possível explicar no caso dos elementos quadráticos. No entanto ambos valores estão dentro do intervalo de outras soluções de referência, 0,297 (Coulomb (solução da região superior)) e 0,308 (Kérisel-Absi (1990) (solução da região inferior)). Tendo-se constatado que mesmo no caso quadrático referente à dimensão de malha mais refinada o tempo de cálculo não era significativo, optou-se por utilizar este refinamento e este tipo de elemento nos cálculos subsequentes.

Achou-se que um refinamento da malha em 1/200 seria excelente para obtenção de bons resultados, e por isso, foi utilizada em todos os cálculos na metodologia numérica apresentada.



## **Apresentação e Análise de Resultados**

Neste capítulo apresentam-se os resultados representativos dos obtidos através da metodologia numérica anteriormente descrita sob forma de gráficos. Esta opção foi tomada por se considerar que o comportamento dos resultados remetidos para os gráficos é idêntico ao dos restantes apresentados nas tabelas. Optou-se também por apresentar todas as soluções sob forma de tabelas, decidindo-se remete-las, numa sua grande parte, para anexo.

Analisa-se a influência dos vários parâmetros nos coeficientes de impulso ativos estáticos e sísmicos  $K_{ay(s)}$  obtidos, assim como alguns dos mecanismos de colapso correspondentes. Os parâmetros em causa são:

- os coeficientes de aceleração sísmica horizontal  $k_h$  e vertical  $k_v$ ;
- o ângulo de resistência ao corte  $\phi'$ ;
- o ângulo de atrito entre o solo e a estrutura que o suporta  $\delta$ ;
- a inclinação do paramento com a vertical  $\omega$ , e
- o declive da superfície do terreno com a horizontal  $i$ .

### **4.1 Apresentação de resultados**

Os resultados obtidos nos cálculos efetuados durante o presente trabalho são apresentados nas Tabelas 4.1 e 4.2 assim como nas restantes tabelas apresentadas no Anexo I. A ilustração de alguns dos resultados considerados representativos é feita nas Figuras 4.1 a 4.14. Nessas figuras apresenta-se a evolução do coeficiente de impulso ativo estático e sísmico devido ao peso volúmico em função do ângulo de resistência ao corte do solo e dos coeficientes de aceleração sísmica horizontal e vertical para vários valores do ângulo de atrito solo-estrutura. Assim, nas Figuras 4.1,

4.2 e 4.3 apresentam-se os resultados para  $\omega = 0^\circ$  e  $i = 0^\circ$ ; nas Figuras 4.4, 4.5 e 4.6 apresentam-se os resultados para  $\omega = 0^\circ$  e  $i = 10^\circ$ ; nas Figuras 4.7, 4.8 e 4.9 apresentam-se os resultados para  $\omega = 0^\circ$  e  $i = 20^\circ$ ; nas Figuras 4.10, 4.11 e 4.12 apresentam-se os resultados para  $\omega = 0^\circ$  e  $i = 30^\circ$ , e nas Figuras 4.13 e 4.14 apresentam-se os resultados para  $\omega = 30^\circ$  e  $i = 0^\circ$ .

**Tabela 4.1- Valores obtidos dos  $K_{ays}$  para diferentes  $\phi'$ ,  $\delta/\phi'$ ,  $i$  e  $k_h$  com  $\omega = 0^\circ$  e  $k_v = 0$ .**

		$k_h = 0,1; k_v = 0$				
$i [^\circ]$	$\phi' [^\circ]$	$\delta = 0$	$\delta/\phi' = 1/3$	$\delta/\phi' = 1/2$	$\delta/\phi' = 2/3$	$\delta = \phi'$
		$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$
0	20	0,5736	0,5413	0,5314	0,5253	0,5249
	25	0,4799	0,4500	0,4419	0,4378	0,4428
	30	0,3996	0,3736	0,3677	0,3660	0,3769
	35	0,3303	0,3088	0,3052	0,3060	0,3227
	40	0,2703	0,2537	0,2523	0,2553	0,2779
10	20	0,7352	0,7000	0,6900	0,6848	0,6898
	25	0,5815	0,5488	0,5406	0,5372	0,5469
	30	0,4689	0,4407	0,4347	0,4338	0,4492
	35	0,3786	0,3556	0,3522	0,3539	0,3751
	40	0,3045	0,2868	0,2856	0,2895	0,3166
20	30	0,6278	0,5950	0,5892	0,5902	0,6166
	35	0,4689	0,4429	0,4398	0,4429	0,4728
	40	0,3608	0,3413	0,3407	0,3458	0,3805
30	40	0,4991	0,4756	0,4764	0,4856	0,5393
		$k_h = 0,2; k_v = 0$				
0	20	0,6977	0,6637	0,6540	0,6487	0,6531
	25	0,5837	0,5514	0,5434	0,5403	0,5508
	30	0,4896	0,4611	0,4554	0,4550	0,4725
	35	0,4095	0,3859	0,3828	0,3853	0,4101
	40	0,3410	0,3225	0,3218	0,3269	0,3597
10	25	0,7885	0,7523	0,7447	0,7437	0,7652
	30	0,6133	0,5815	0,5760	0,5772	0,6036
	35	0,4929	0,4667	0,4639	0,4678	0,5010
	40	0,3991	0,3788	0,3788	0,3853	0,4263
20	35	0,6937	0,6629	0,6619	0,6621	0,7263
	40	0,5093	0,4867	0,4880	0,4981	0,5547



**Tabela 4.2-** Valores obtidos dos  $K_{ays}$  para diferentes  $\phi'$ ,  $\delta/\phi'$ ,  $i$  e  $k_h$  com  $\omega = 0^\circ$  e  $k_v = 0$  (continuação).

		$k_h = 0,3; k_v = 0$				
$i [^\circ]$	$\phi' [^\circ]$	$\delta = 0$	$\delta/\phi' = 1/3$	$\delta/\phi' = 1/2$	$\delta/\phi' = 2/3$	$\delta = \phi'$
		$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$
0	20	0,9103	0,8754	0,8670	0,8643	0,8791
	25	0,7371	0,7026	0,6952	0,6940	0,7136
	30	0,6152	0,5842	0,5792	0,5808	0,6085
	35	0,5177	0,4915	0,4894	0,4943	0,5312
	40	0,4361	0,4156	0,4163	0,4245	0,4721
10	30	0,8692	0,8343	0,8315	0,8384	-
	35	0,6672	0,6381	0,6374	0,6461	0,7009
	40	0,5359	0,5134	0,5156	0,5273	0,5905
20	40	0,7871	0,7611	0,7684	0,7901	-
		$k_h = 0,4; k_v = 0$				
0	25	0,9930	0,9580	0,9537	0,9580	-
	30	0,7969	0,7642	0,7613	0,7673	0,9070
	35	0,6655	0,6377	0,6377	0,6472	0,7052
	40	0,5630	0,5412	0,5447	0,5581	0,6297
10	35	0,9696	0,9391	0,9444	0,9644	-
	40	0,7407	0,7171	0,7242	0,7452	-
		$k_h = 0,5; k_v = 0$				
0	30	1,0859	1,0541	1,0567	1,0724	-
	35	0,8720	0,8439	0,8484	0,8659	-
	40	0,7318	0,7097	0,7178	0,7397	-
10	40	1,0799	1,0580	1,0757	1,1152	-

#### 4.1.1 Situação de superfície horizontal com paramento vertical

Nas Figuras 4.1, 4.2 e 4.3 apresenta-se a evolução do coeficiente de impulso ativo estático e sísmico devido ao peso volúmico  $K_{ay(s)}$  em função do ângulo de resistência ao corte do solo  $\phi'$  e dos coeficientes de aceleração sísmica horizontal  $k_h$  e vertical  $k_v$  para valores do ângulo de atrito solo-estrutura  $\delta$  iguais a 0;  $0,5\phi'$  e  $\phi'$ , para o caso  $\omega = 0^\circ$  e  $i = 0^\circ$ .

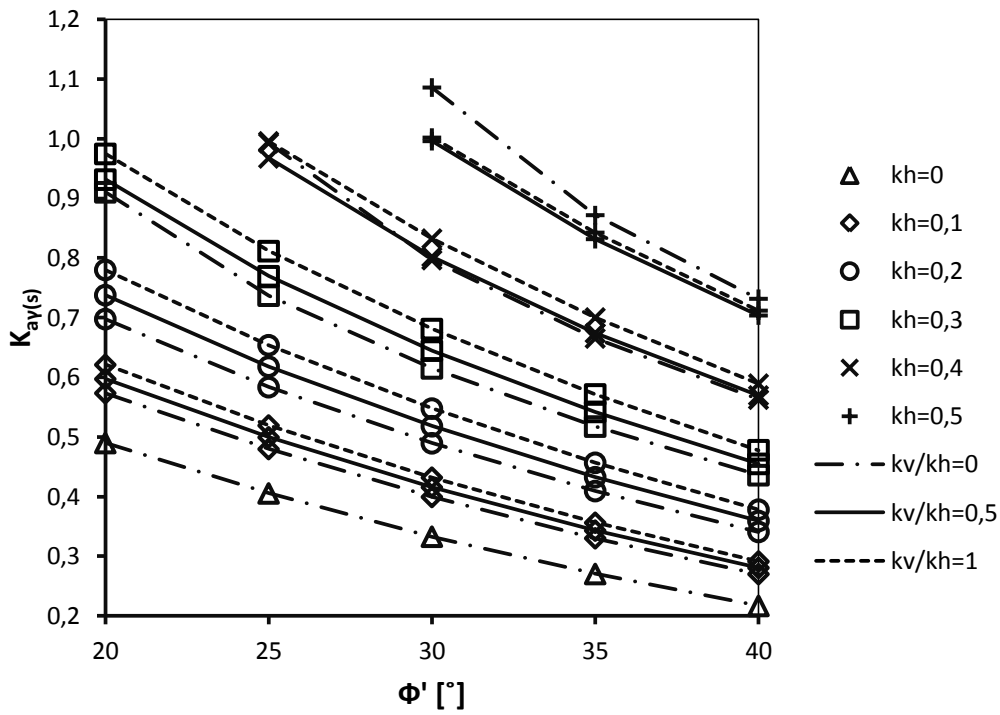


Figura 4.1 - Variação do  $K_{av(s)}$  com  $\Phi'$  e com os  $k_h$  e  $k_v$  para o caso:  $\omega = 0^\circ$ ,  $i = 0^\circ$  e  $\delta/\Phi' = 0$ .

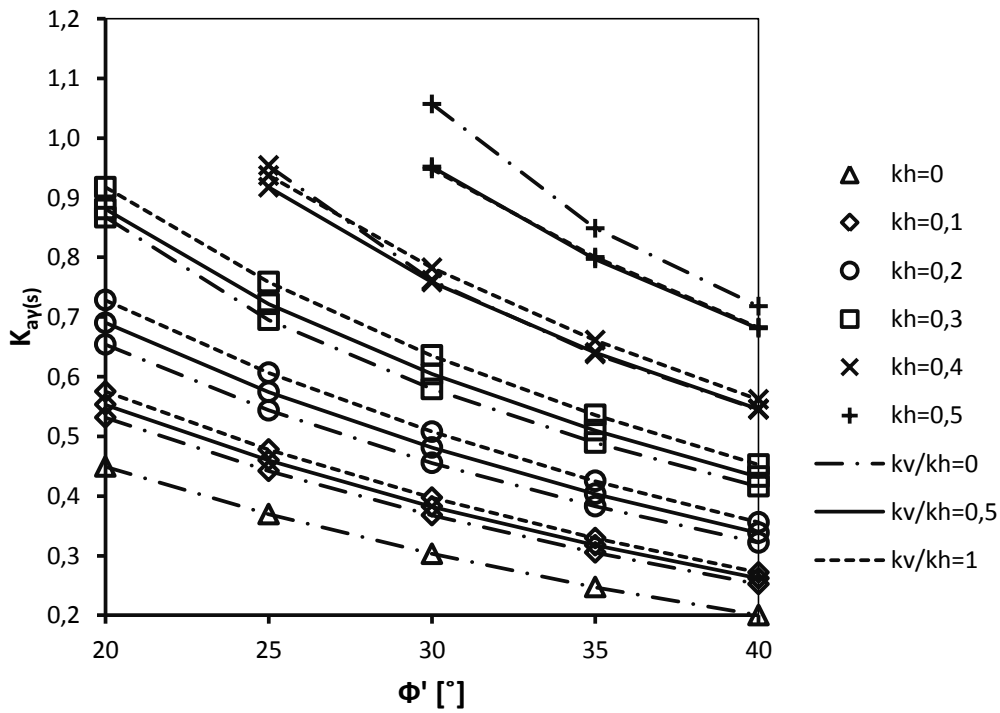


Figura 4.2 - Variação do  $K_{av(s)}$  com  $\Phi'$  e com os  $k_h$  e  $k_v$  para o caso:  $\omega = 0^\circ$ ,  $i = 0^\circ$  e  $\delta/\Phi' = 0,5$ .

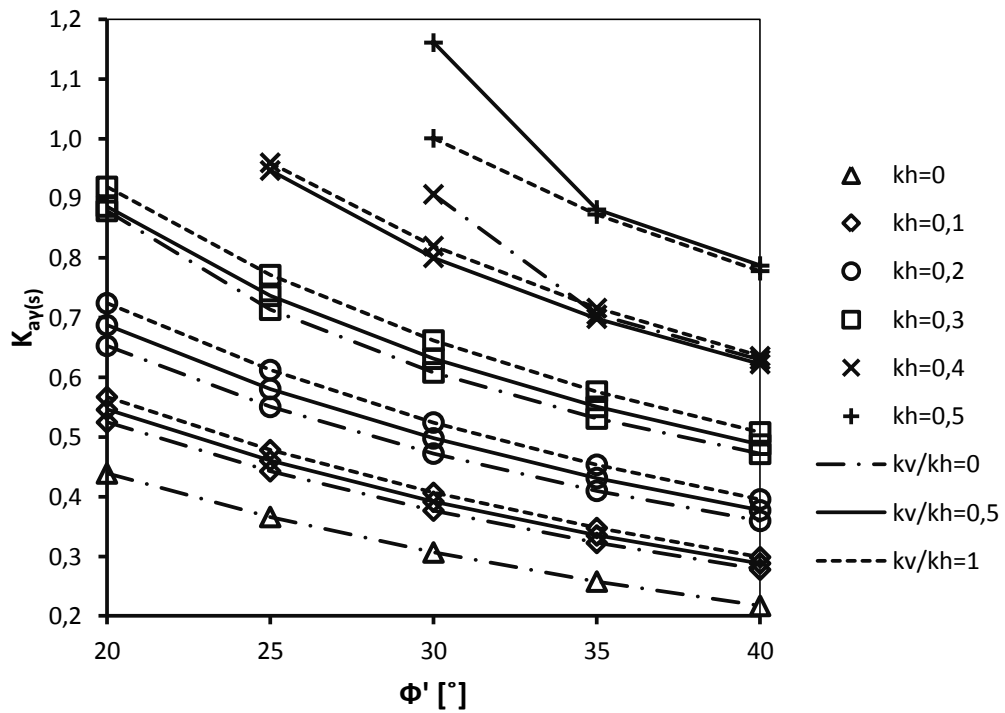


Figura 4.3 - Variação do  $K_{ay(s)}$  com  $\phi'$  e com os  $k_h$  e  $k_v$  para o caso:  $\omega = 0^\circ$ ,  $i = 0^\circ$  e  $\delta/\phi' = 1$ .

#### 4.1.2 Situação de superfície inclinada com paramento vertical

Nas Figuras 4.4 a 4.6, 4.7 a 4.9 e 4.10 a 4.12 apresenta-se a evolução do coeficiente de impulso ativo estático e sísmico devido ao peso volúmico  $K_{ay(s)}$  em função do ângulo de resistência ao corte do solo  $\phi'$  e dos coeficientes de aceleração sísmica horizontal  $k_h$  e vertical  $k_v$  para valores do ângulo de atrito solo-estrutura  $\delta$  iguais a 0;  $0,5\phi'$  e  $\phi'$ , para o:

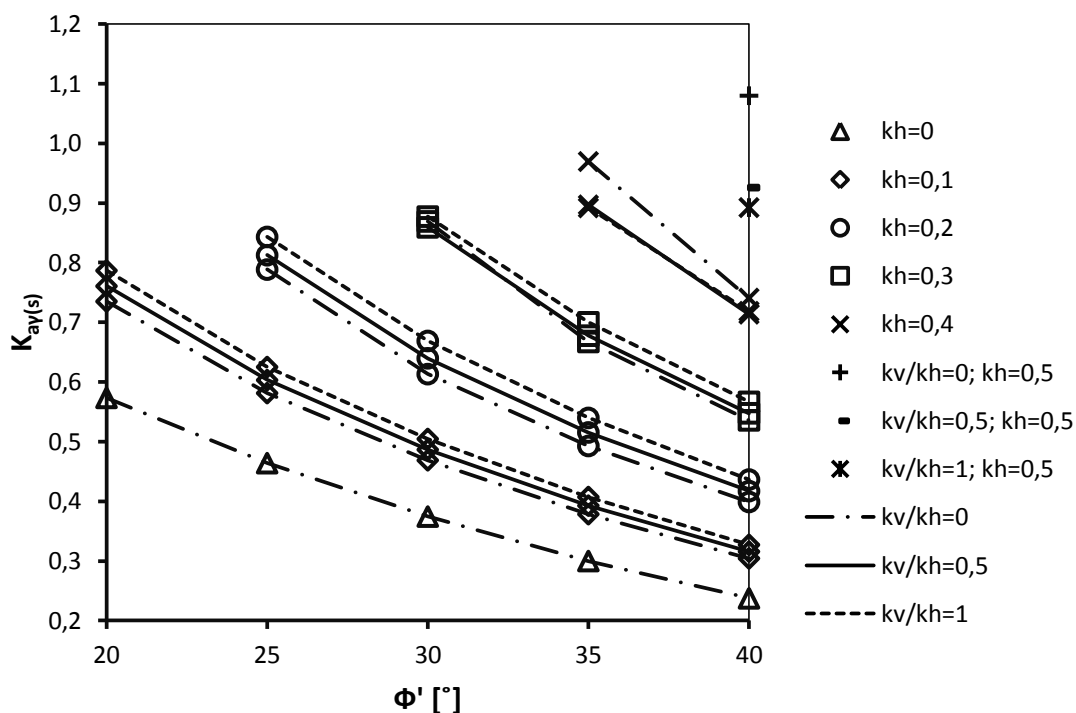
4.1.2.1 Caso  $i = 10^\circ$  e  $\omega = 0^\circ$ 

Figura 4.4 - Variação do  $K_{ay(s)}$  com  $\Phi'$  e com os  $k_h$  e  $k_v$  para o caso:  $\omega = 0^\circ$ ,  $i = 10^\circ$  e  $\delta/\Phi' = 0$ .

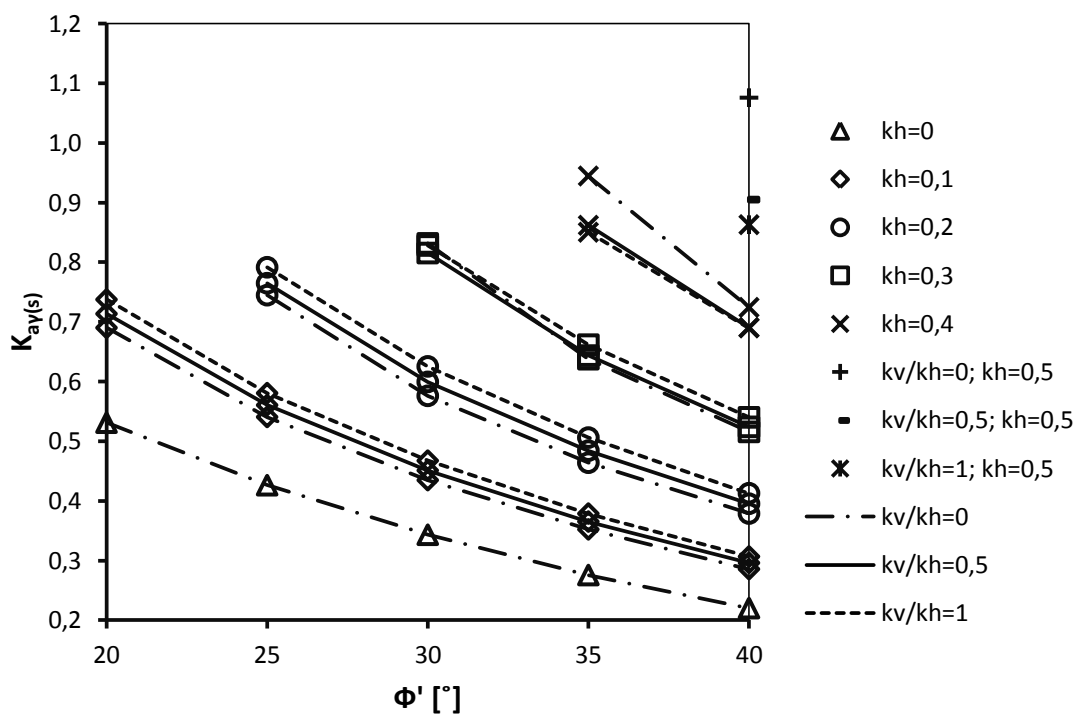
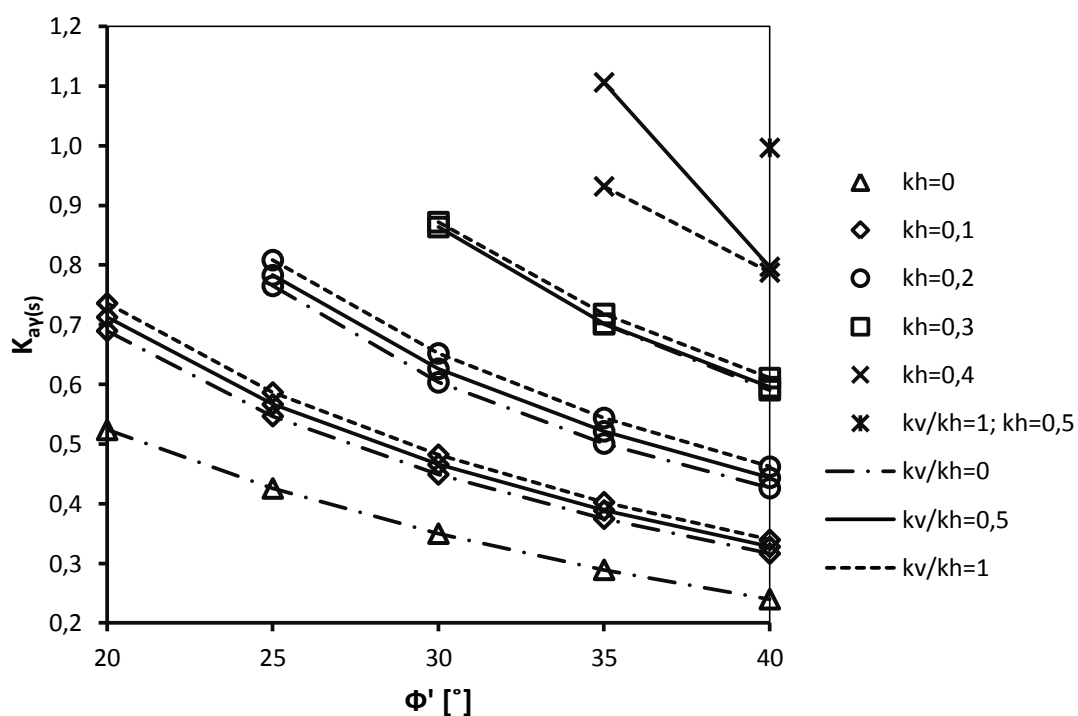
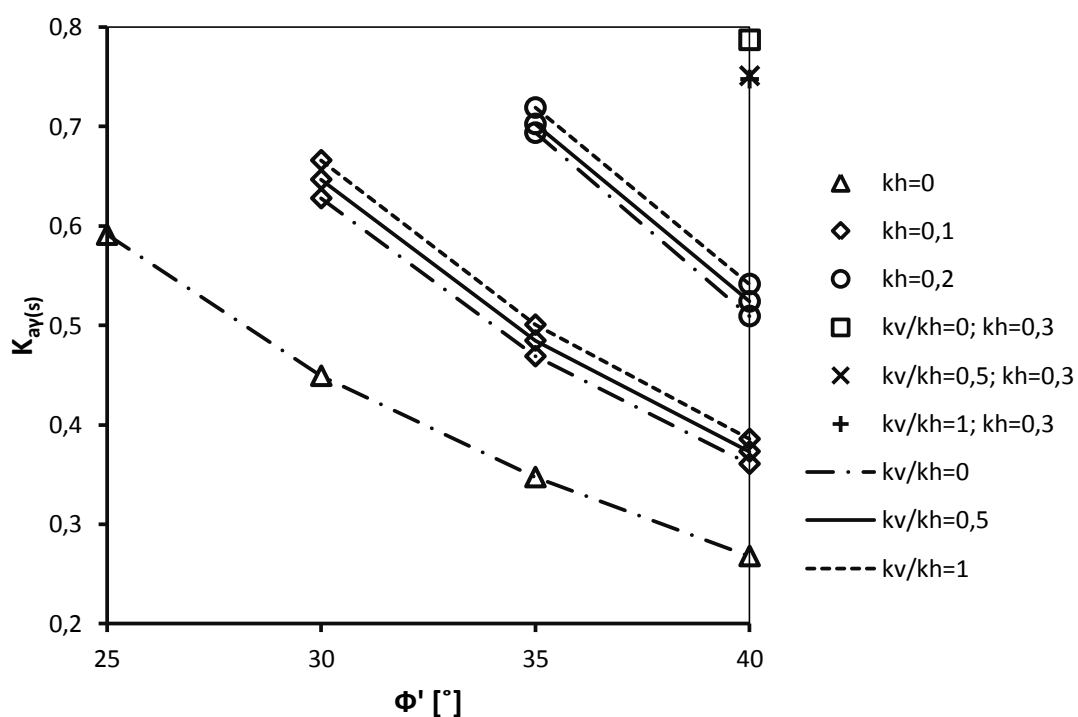


Figura 4.5 - Variação do  $K_{ay(s)}$  com  $\Phi'$  e com os  $k_h$  e  $k_v$  para o caso:  $\omega = 0^\circ$ ,  $i = 10^\circ$  e  $\delta/\Phi' = 0,5$ .



#### 4.1.2.2 Caso $i = 20^\circ$ e $\omega = 0^\circ$



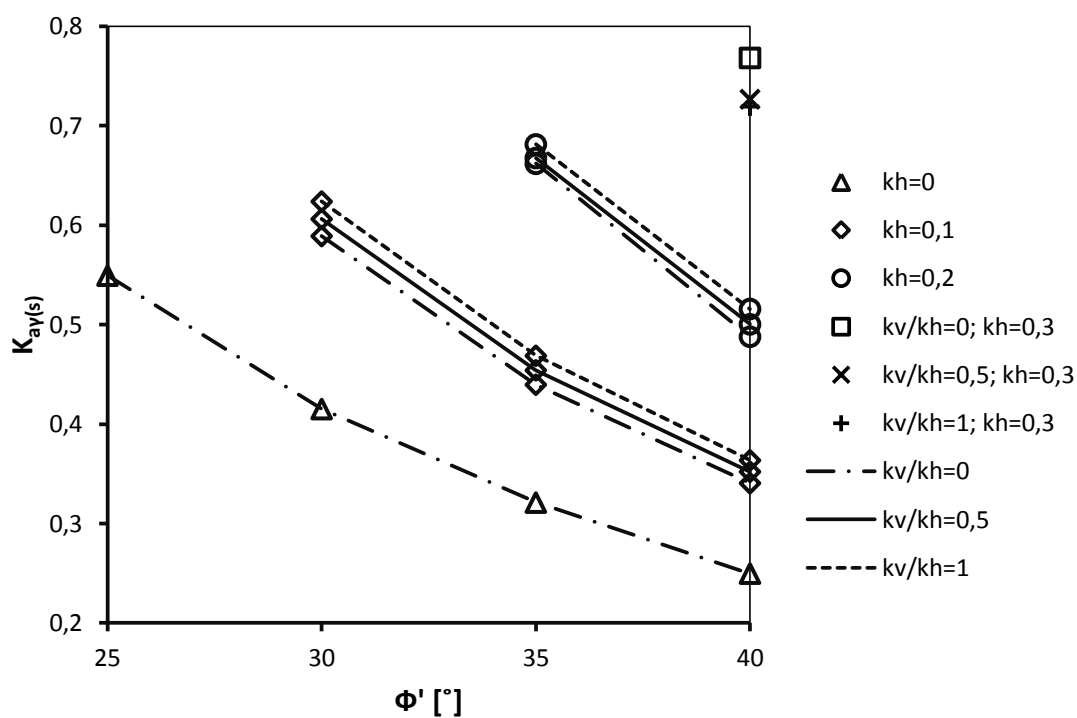


Figura 4.8 - Variação do  $K_{ay(s)}$  com  $\Phi'$  e com os  $k_h$  e  $k_v$  para o caso:  $\omega = 0^\circ$ ,  $i = 20^\circ$  e  $\delta/\Phi' = 0,5$ .

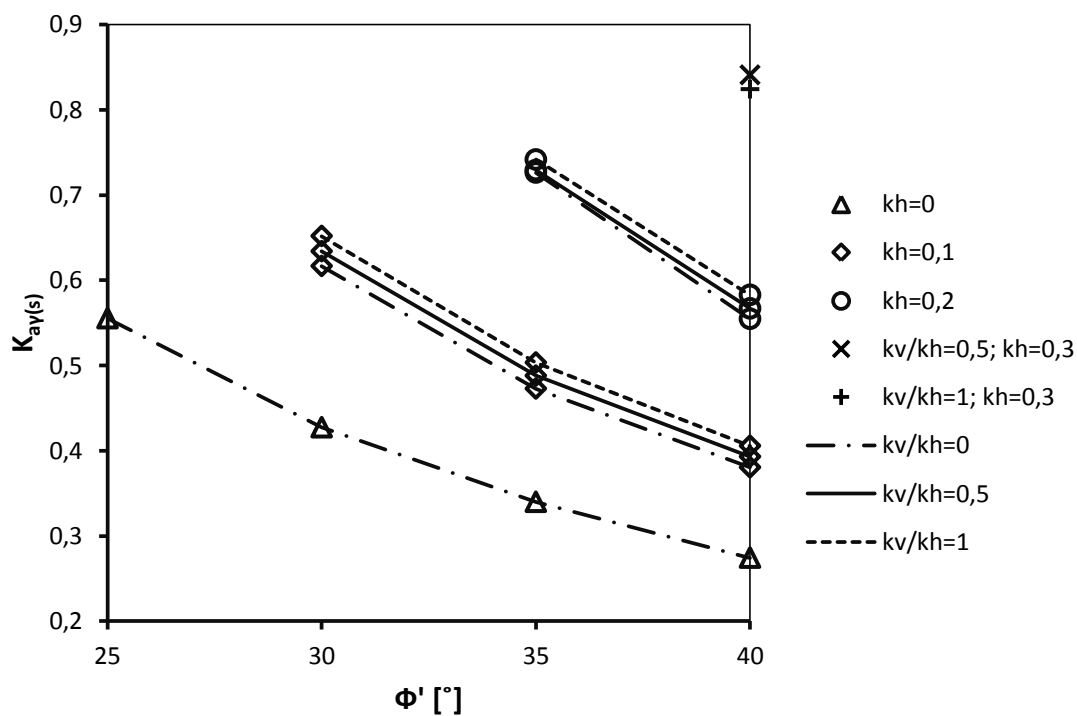


Figura 4.9 - Variação do  $K_{ay(s)}$  com  $\Phi'$  e com os  $k_h$  e  $k_v$  para o caso:  $\omega = 0^\circ$ ,  $i = 20^\circ$  e  $\delta/\Phi' = 1$ .

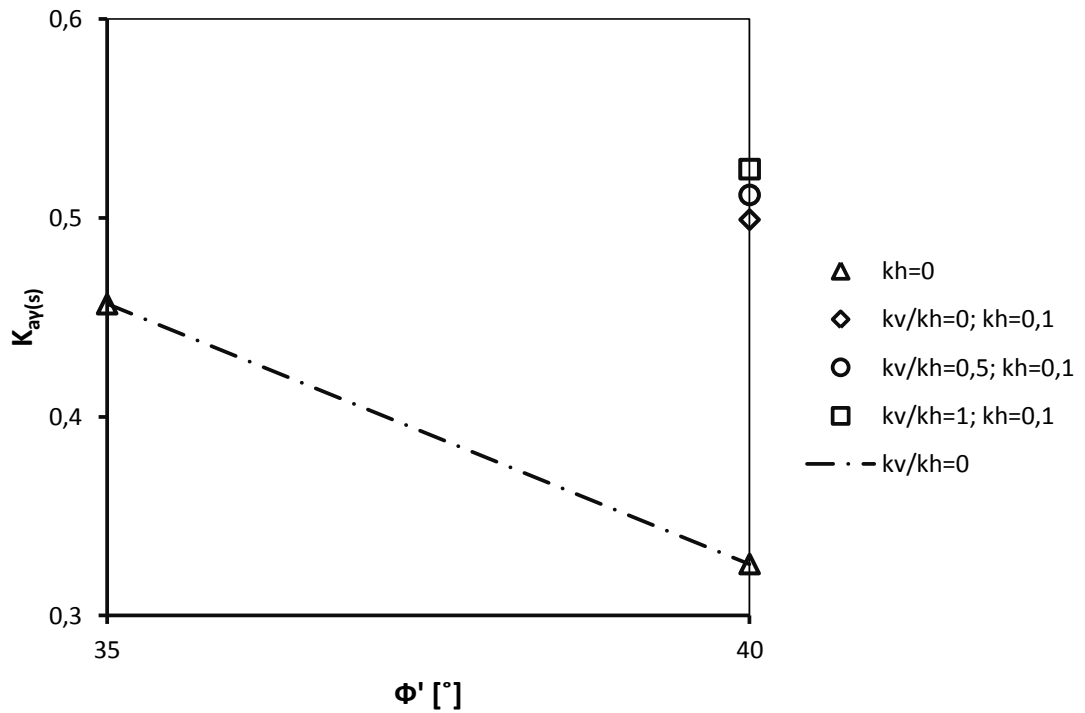
4.1.2.3 Caso  $i = 30^\circ$  e  $\omega = 0^\circ$ 

Figura 4.10 - Variação do  $K_{ay(s)}$  com  $\Phi'$  e com os  $k_h$  e  $k_v$  para o caso:  $\omega = 0^\circ$ ,  $i = 30^\circ$  e  $\delta/\Phi' = 0$ .

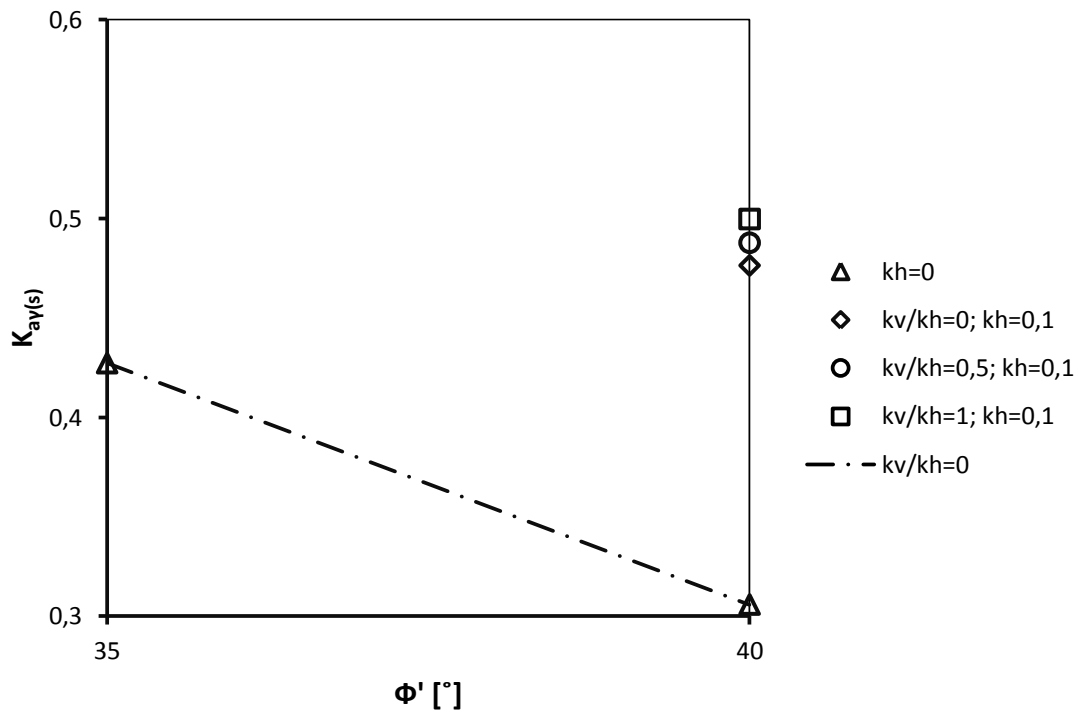


Figura 4.11 - Variação do  $K_{ay(s)}$  com  $\Phi'$  e com os  $k_h$  e  $k_v$  para o caso:  $\omega = 0^\circ$ ,  $i = 30^\circ$  e  $\delta/\Phi' = 0,5$ .

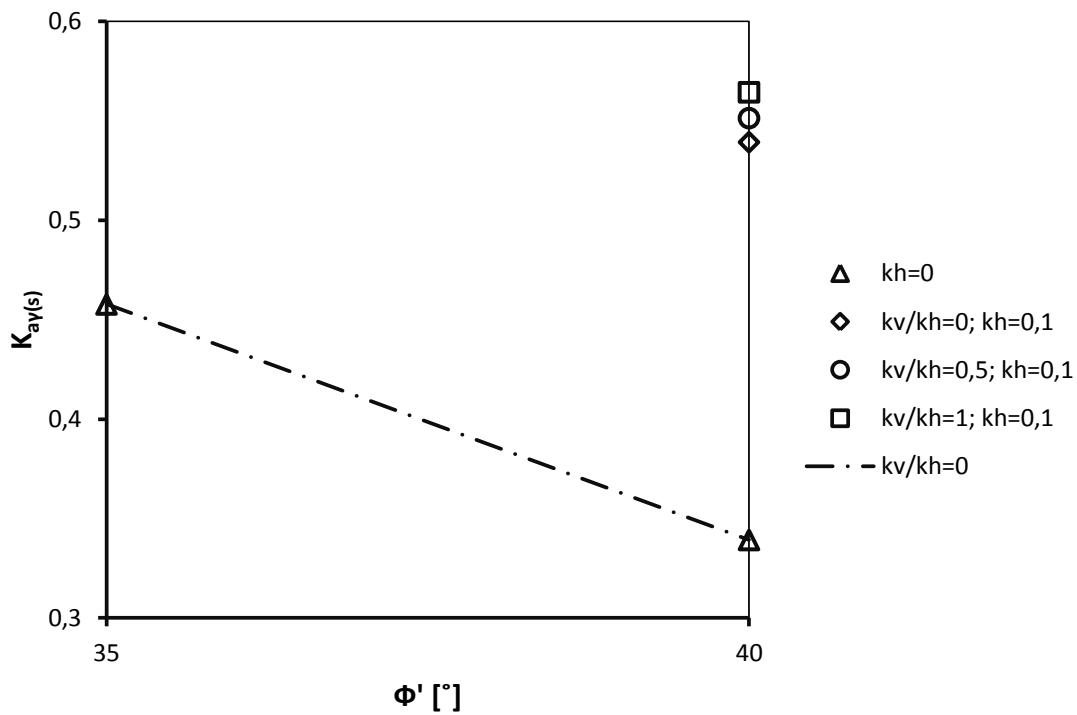


Figura 4.12 - Variação do  $K_{ay(s)}$  com  $\Phi'$  e com os  $k_h$  e  $k_v$  para o caso:  $\omega = 0^\circ$ ,  $i = 30^\circ$  e  $\delta/\Phi' = 1$ .

#### 4.1.3 Situação de superfície horizontal com paramento inclinado

Nas Figuras 4.13 e 4.14 apresenta-se a evolução do coeficiente de impulso ativo estático e sísmico devido ao peso volúmico  $K_{ay(s)}$  em função do ângulo de resistência ao corte do solo  $\Phi'$  e dos coeficientes de aceleração sísmica horizontal  $k_h$  e vertical  $k_v$  para valores do ângulo de atrito solo-estrutura  $\delta$  iguais a 0 e  $0,5\Phi'$ , para o caso  $\omega = 30^\circ$  e  $i = 0^\circ$ .



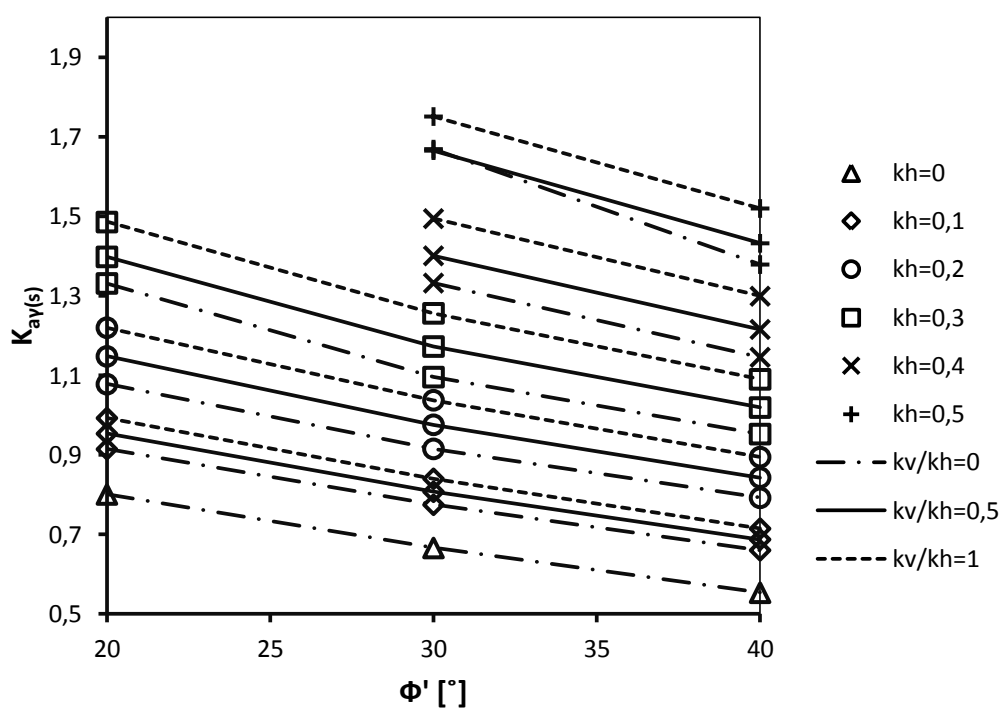


Figura 4.13 - Variação do  $K_{ay(s)}$  com  $\Phi'$  e com os  $k_h$  e  $k_v$  para o caso:  $\omega = 30^\circ$ ,  $i = 0^\circ$  e  $\delta/\Phi' = 0$ .

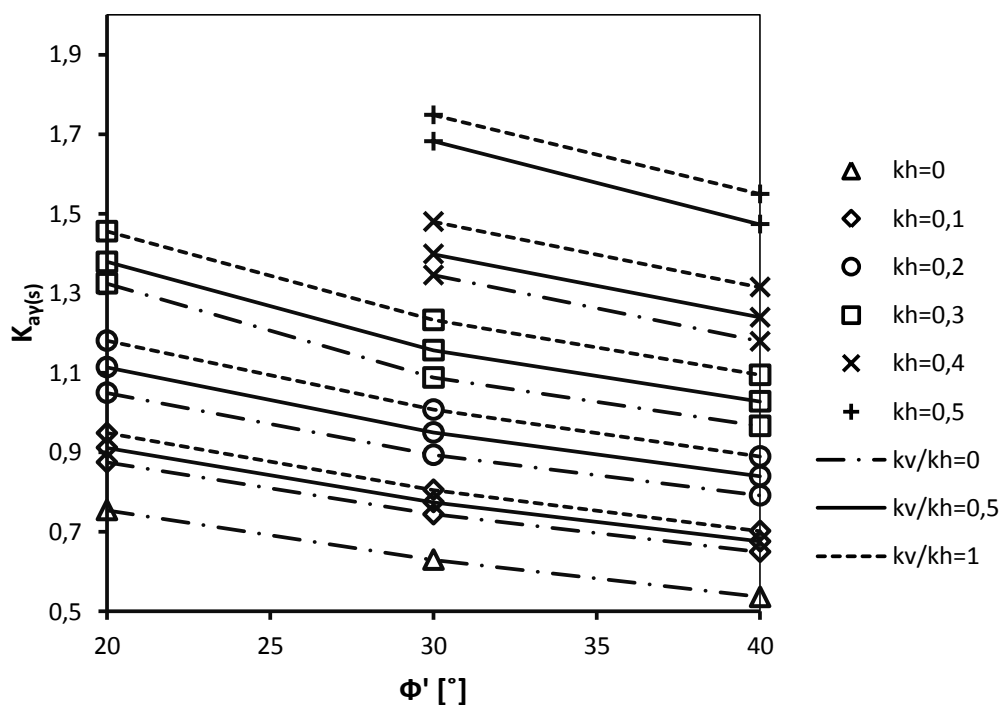


Figura 4.14 - Variação do  $K_{ay(s)}$  com  $\Phi'$  e com os  $k_h$  e  $k_v$  para o caso:  $\omega = 30^\circ$ ,  $i = 0^\circ$  e  $\delta/\Phi' = 0,5$ .


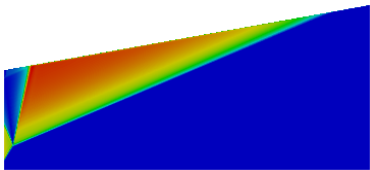

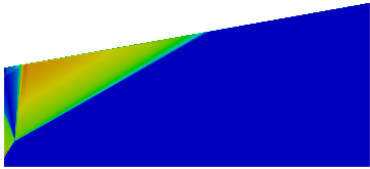

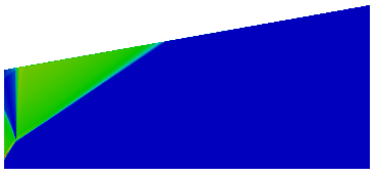
## 4.2 Análise de resultados

Da análise dos resultados obtidos e representados nas figuras apresentadas é possível concluir que:

- À medida que o coeficiente de aceleração sísmica horizontal  $k_h$  aumenta, cresce o coeficiente de impulso ativo sísmico devido ao peso volúmico, sendo o aumento percentual de  $K_{ay(s)}$  significativo;
- Se se considerar adicionalmente o efeito da aceleração sísmica vertical no sentido descendente através da consideração da força  $k_v\gamma$  constata-se, em geral, um ligeiro aumento do  $K_{ay(s)}$ . No caso de coeficientes de aceleração sísmica próximos dos críticos esta constatação nem sempre é verificada. Na realidade, nem sempre há variação dos coeficientes de impulso sísmicos com a introdução desta componente de aceleração ou essa variação a existir nem sequer se dá um aumento até podendo diminuir (por exemplo Figuras 4.1, 4.2 e 4.3).

Através da Tabela 4.3 visualiza-se a dissipação plástica quando  $\phi' = 35^\circ$ ,  $k_h = 0,2$  e  $0,4$ ,  $\omega = 0^\circ$ ,  $i = 10^\circ$  e  $\delta/\phi' = 0$  para diferentes valores de coeficientes de aceleração sísmica vertical  $k_v$ , que correspondem a valores que estão representados na Figura 4.4.

**Tabela 4.3- Dissipação plástica para o caso  $\phi' = 35^\circ$ ,  $k_h = 0,2$  e  $0,4$ ,  $\omega = 0^\circ$ ,  $i = 10^\circ$  e  $\delta/\phi' = 0$ .**

	$k_h = 0,2$	$k_h = 0,4$
$k_v = 0$		
$k_v = 0,5k_h$		
$k_v = k_h$		

Confirma-se através da Tabela 4.3 que para o cálculo dos impulsos em zonas altamente sísmicas, a situação mais desfavorável consiste em considerar só a contribuição do coeficiente de

aceleração sísmica horizontal, o que conduz a um impulso ativo sísmico e cunha ativa crítica em deformação plástica superiores.

- O coeficiente de impulso ativo estático e sísmico devido ao peso volúmico  $K_{ay(s)}$  diminui de forma clara com o aumento do valor do ângulo de resistência ao corte do solo  $\phi'$ ;
- O coeficiente de impulso ativo estático e sísmico devido ao peso do solo  $K_{ay(s)}$  em geral diminui com o aumento do ângulo de atrito solo-muro  $\delta$  para ângulos de resistência ao corte  $\phi'$  mais baixos ( $20^\circ$ ). Quando se observa a evolução do  $K_{ay(s)}$  com o valor de  $\delta$  para  $\phi'$  maiores (igual ou superior a  $25^\circ$ ), deixa de existir uma diminuição monótona dos  $K_{ay(s)}$  observando-se um aumento depois de uma diminuição inicial. Verifica-se também que o valor de ângulo de atrito terras-muro não condiciona significativamente o valor do impulso dinâmico (comparar as Figuras 4.1, 4.2 e 4.3);

Nas Figuras 4.15, 4.16 e 4.17 apresenta-se a evolução do coeficiente de impulso ativo estático e sísmico devido ao peso volúmico  $K_{ay(s)}$  em função da inclinação da superfície do terreno  $i$  e dos coeficientes de aceleração sísmica horizontal  $k_h$  e vertical  $k_v$  para valores de  $\phi' = 40^\circ$  e ângulo de atrito solo-estrutura  $\delta$  iguais a 0;  $0,5\phi'$  e  $\phi'$ .

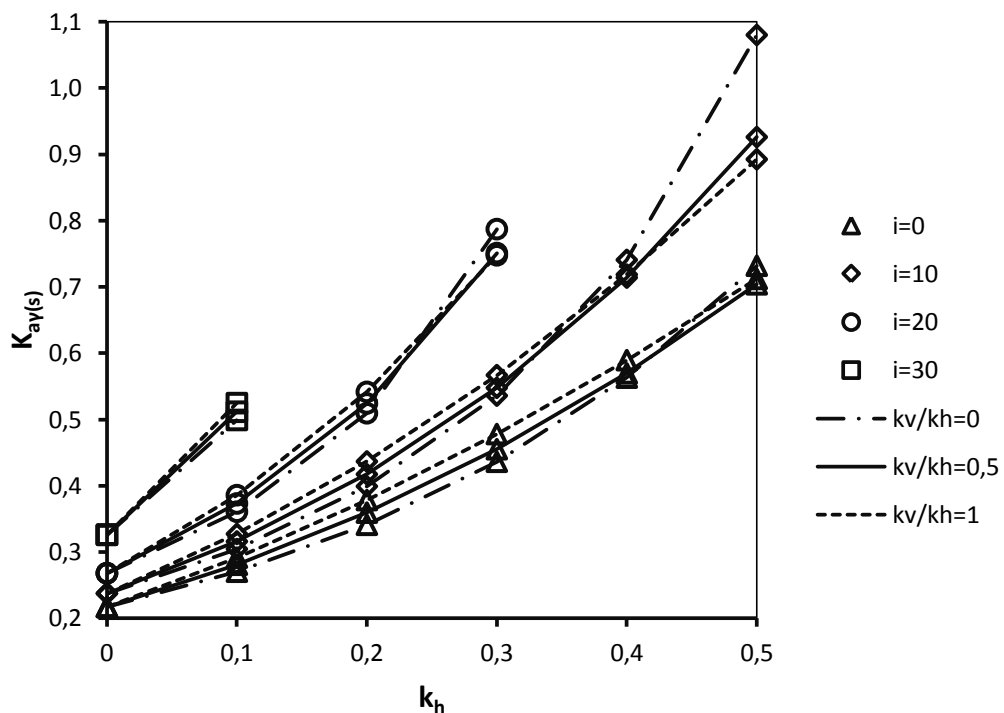


Figura 4.15 - Variação do  $K_{ay(s)}$  com  $i$  e com os  $k_h$  e  $k_v$  para o caso:  $\phi' = 40^\circ$ ,  $\omega = 0^\circ$  e  $\delta/\phi' = 0$ .

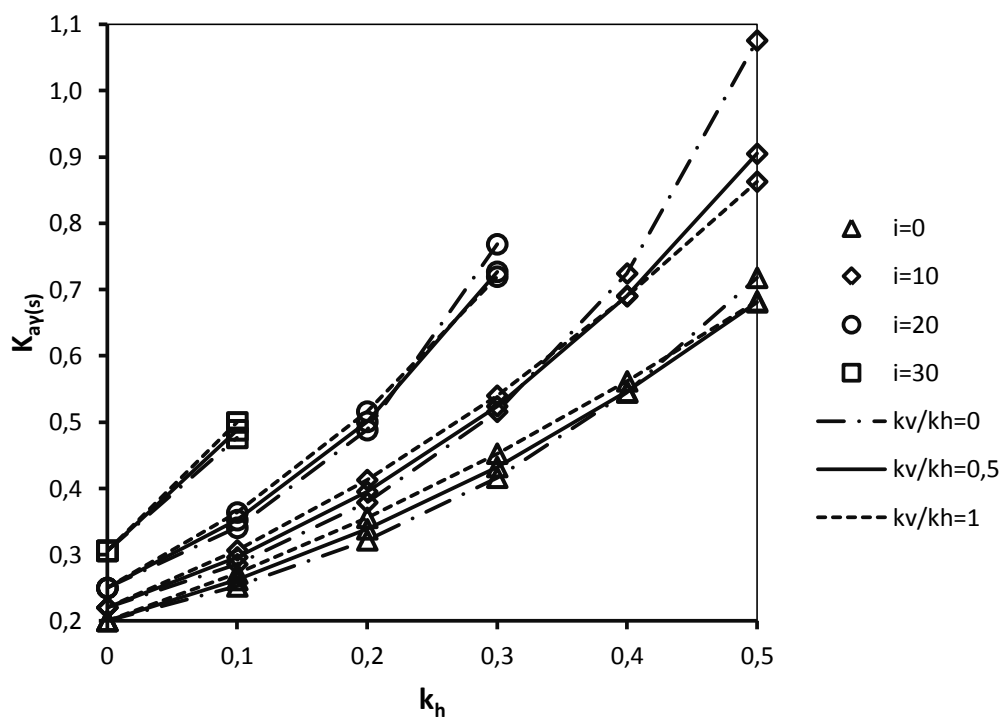


Figura 4.16 - Variação do  $K_{ay(s)}$  com  $i$  e com os  $k_h$  e  $k_v$  para o caso:  $\phi' = 40^\circ$ ,  $\omega = 0^\circ$  e  $\delta/\phi' = 0,5$ .

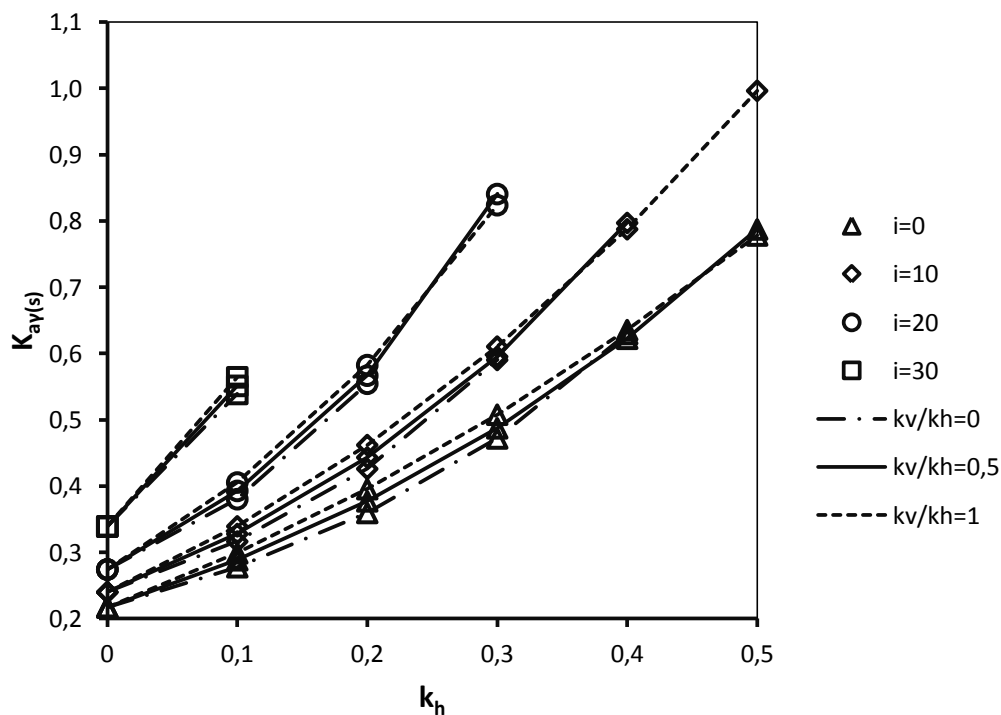


Figura 4.17 - Variação do  $K_{ay(s)}$  com  $i$  e com os  $k_h$  e  $k_v$  para o caso:  $\phi' = 40^\circ$ ,  $\omega = 0^\circ$  e  $\delta/\phi' = 1$ .

Pode-se observar através destas figuras, o aumento do coeficiente de impulso ativo sísmico devido ao peso do solo  $K_{ay(s)}$  por causa da alteração da inclinação da superfície do terreno  $i$ . O crescimento do impulso ativo com a inclinação do aterro é substancialmente maior em condições sísmicas do que em condições estáticas.

Nas Figuras 4.18 e 4.19 apresenta-se a evolução do coeficiente de impulso ativo estático e sísmico devido ao peso volúmico  $K_{ay(s)}$  em função da inclinação do paramento  $\omega$  e dos coeficientes de aceleração sísmica horizontal  $k_h$  e vertical  $k_v$  para valores de  $\phi' = 40^\circ$  e ângulo de atrito solo-estrutura  $\delta$  iguais a 0 e  $0,5\phi'$ .

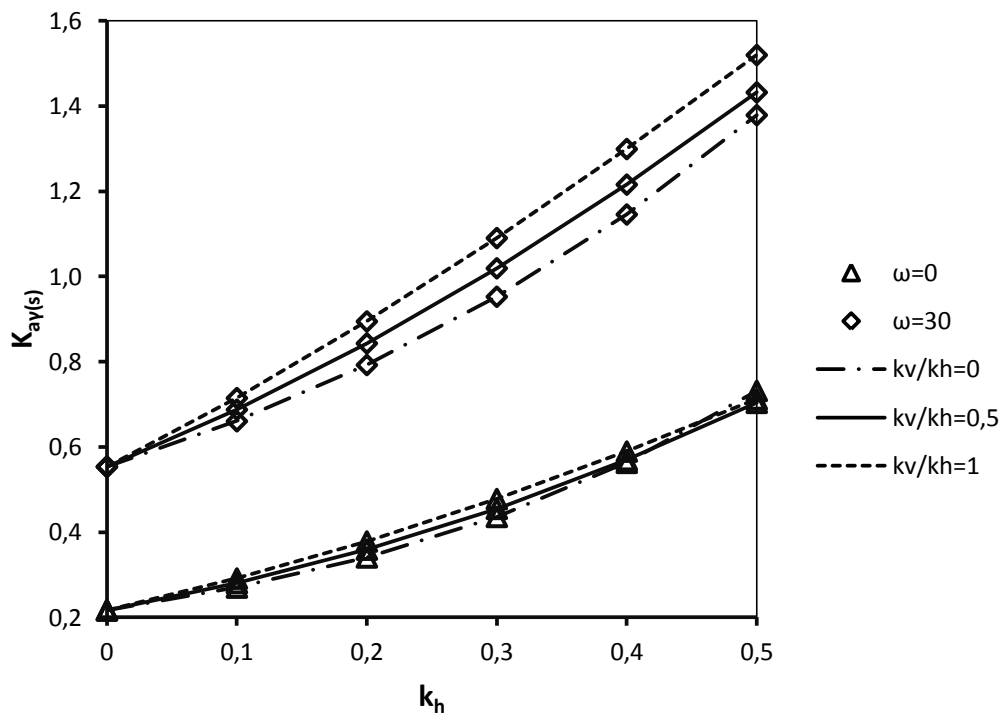


Figura 4.18 - Variação do  $K_{ay(s)}$  com  $\omega$  e com os  $k_h$  e  $k_v$  para o caso:  $\phi' = 40^\circ, i = 0^\circ$  e  $\delta/\phi' = 0$ .

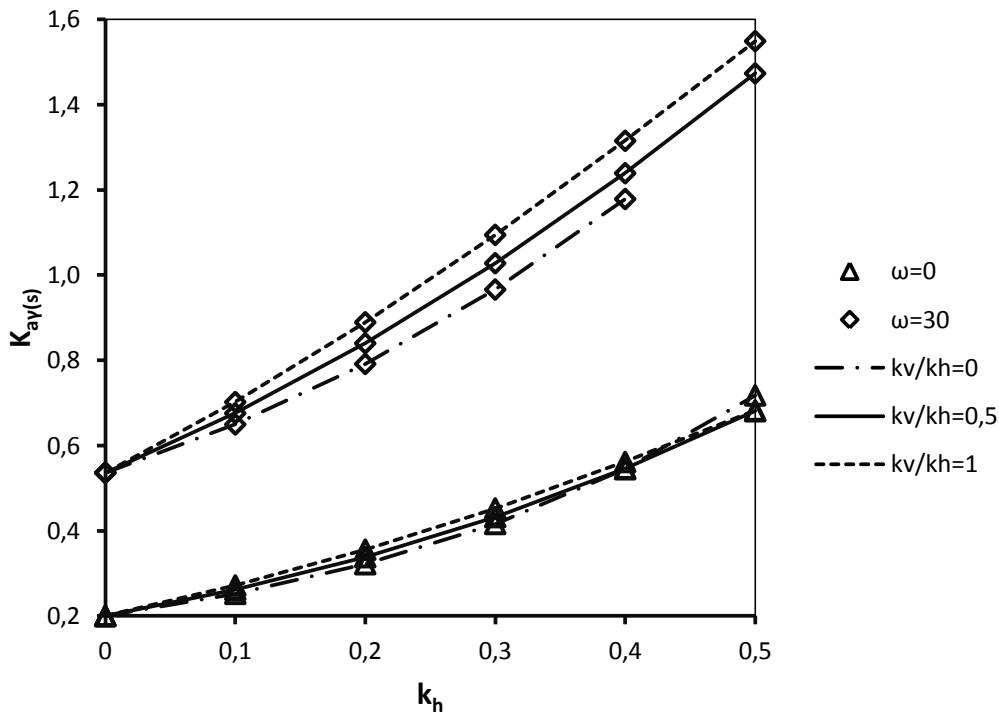


Figura 4.19 - Variação do  $K_{ay(s)}$  com  $\omega$  e com os  $k_h$  e  $k_v$  para o caso:  $\phi' = 40^\circ$ ,  $i = 0^\circ$  e  $\delta/\phi' = 0,5$ .

Quando se dá o caso de  $\omega = 30^\circ$ , os coeficientes de impulso ativos estáticos e sísmicos devidos ao peso do solo  $K_{ay(s)}$  aumentam significativamente como se pode verificar nessas mesmas figuras.

### 4.3 Análise através dos mecanismos de colapso

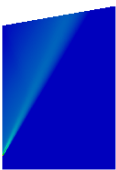

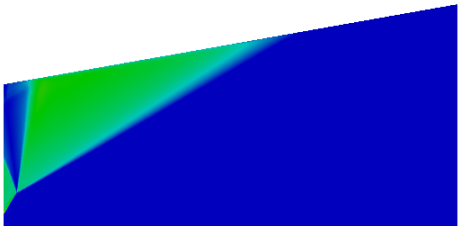


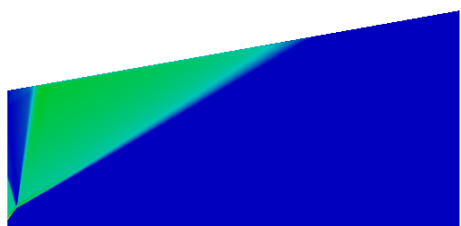


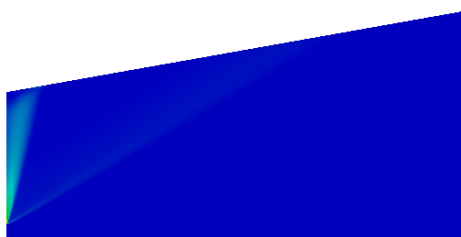
O conjunto de figuras que seguidamente se expõe nas Tabelas 4.4 e 4.5, representa a deformação plástica dos mecanismos de colapso para os diferentes ângulos de resistência ao corte  $\phi'$ , os distintos ângulos de atrito solo-estrutura  $\delta$  e os diversos coeficientes de aceleração sísmica horizontal  $k_h$ , com  $k_v = 0,5k_h$ ,  $\omega = 0^\circ$  e  $i = 10^\circ$ .

Através dessas tabelas, verifica-se que para  $k_h$  nulos (sem efeito do sismo), a cunha de solo em deformação plástica forma uma zona de contacto com o restante solo, que não se afasta significativamente de uma superfície plana, principalmente para  $\delta \leq \phi'/2$ . Estes resultados são típicos da determinação de impulsos ativos estáticos. Por sua vez, à medida que se aumenta  $k_h$ , constata-se que a cunha de solo em deformação plástica forma uma zona de contato com o restante solo, com uma configuração diferente da planar, sendo mais visível para  $\delta$  nulos. Estes resultados não são típicos da determinação de impulsos ativos estáticos.

**Tabela 4.4-** Zonas de deformação plástica de variados  $\phi'$ ,  $\delta$  e  $k_h$  para o caso:  $\omega = 0^\circ$ ,  $i = 10^\circ$  com  $k_v = 0,5k_h$ .

$\phi' (^\circ)$	$\delta (^\circ)$	$k_h = 0$	$k_h = 0,2$	$k_h = 0,4$
20	0		—	—
	10		—	—
	20		—	—
30	0			—
	15			—
	30			—

**Tabela 4.5- Zonas de deformação plástica de variados  $\phi'$ ,  $\delta$  e  $k_h$  para o caso:  $\omega = 0^\circ$ ,  $i = 10^\circ$  com  $k_v = 0,5k_h$  (continuação).**

$\phi' (^\circ)$	$\delta (^\circ)$	$k_h = 0$	$k_h = 0,2$	$k_h = 0,4$
40	0			
	20			
	40			

Note-se também que, para um dado valor de um ângulo de resistência ao corte do solo ( $\phi'$ ) e da inclinação da superfície do terreno com a horizontal ( $i$ ), em geral a zona de deformação plástica aumenta com o aumento da magnitude do ângulo de atrito entre o solo e a estrutura que o suporta ( $\delta$ ) e do coeficiente de aceleração sísmica horizontal ( $k_h$ ). De uma forma simplificada, pode-se constatar que quanto maior o valor de  $\delta$  e de  $k_h$ , menor é a inclinação com a horizontal da cunha crítica ativa em deformação plástica.

Esta análise não é válida para o caso em que  $\delta/\phi' = 1$ ,  $\phi' = 40^\circ$  e  $k_h = 0,4$ , pois este apresenta um mecanismo diferente de todos dos outros. Esse mesmo caso, tem um tipo de cinemática não englobável no tipo de mecanismo usual, com a zona em deformação restringindo-se a uma localização muito próxima do paramento vertical. Isto só começa a ocorrer para  $k_h$  elevados associados a  $\delta/\phi' = 1$ .



## Comparação dos Resultados

No decorrer do presente trabalho efetuou-se uma pesquisa bibliográfica no sentido de encontrar um conjunto de métodos existentes permitindo, determinar valores para os coeficientes de impulso ativos sísmicos. Depois de se ter selecionado um conjunto alargado de exemplos, procedeu-se à sua seleção, que recaiu em trabalhos que se baseiam:

- na teoria da análise limite, teorema da região superior – Chen e Liu (1990);
- na análise limite em tensão, aproximação não estrita do limite inferior - Mylonakis et al. (2007);
- no método de equilíbrio limite, solução do limite superior – teoria de Mononobe-Okabe (M-O);
- no método que tem por base as linhas características – Cheng (2003);
- em soluções fundamentadas no método pseudo-dinâmico – Ghosh (2010), e
- em ensaios experimentais - em mesas vibratórias (Ichihara e Matsuzawa (1973) e Ishibashi e Fang (1987)) e em centrífugadora (Nakamura (2006)).

A seleção dos exemplos referidos permitiu fazer a comparação dos resultados dos valores calculados pela metodologia numérica apresentada com os valores decorrentes de outras teorias/métodos e de resultados experimentais.

Sabe-se que a solução exata de um problema de impulso ativo sísmico é maior ou igual do que a determinada pelo método de Mononobe-Okabe assim como a de Chen e Liu (1990), e em princípio, menor ou igual do que a calculada pelo método Mylonakis et al. (2007). Por isso, a solução proposta no presente trabalho deve ser inferior ao dos resultados de Mylonakis et al. (2007), e no caso de ser superior aos resultados dos dois outros métodos, a solução é considerada mais próxima da exata.

Em relação ao método pseudo-dinâmico (método que tem em conta de forma aproximada a resposta dinâmica do terreno suportado, traduzida por acelerações sísmicas horizontais e/ou verticais variáveis ao longo de toda a altura do terreno suportado); ao método que tem por base as linhas características (método que será referido mais à frente (ponto 5.1.4)) assim como os ensaios experimentais, não faz sentido ter estas observações para estas soluções, porque estes não estão associados aos Teoremas da Análise Limite. No entanto, não deixa de ser importante comparar com estes resultados, de forma a validar a metodologia utilizada. Em particular, a comparação com os resultados obtidos experimentalmente, permite ter uma noção realista da aplicabilidade do método utilizado.

## 5.1 Métodos de determinação de coeficientes de impulso sísmicos ativos

### 5.1.1 Solução de equilíbrio limite

O método de Mononobe-Okabe (Mononobe e Matsuo, (1929) e Okabe, (1926)) é a solução mais utilizada no que diz respeito à avaliação das ações dinâmicas sobre muros de gravidade de suporte de terras. Este método baseia-se na teoria de Coulomb e é aplicável diretamente em solos secos, e portanto respondendo em condições drenadas.

O efeito dinâmico provocado pelo sismo é representado pelas forças adicionais de inércia atuando sobre a cunha nas direções horizontal e vertical, sendo

$$W_{sh} = k_h W; W_{sv} = (1 \pm k_v)W \quad (5.1)$$

onde  $W$  é o peso da cunha do solo,  $k_h$  e  $k_v$  são os coeficientes de aceleração sísmica.

Na Figura 5.1 a) representa-se o sistema de forças aplicadas à cunha de solo sujeita à ação sísmica. O problema tem solução analítica, a qual decorre diretamente da solução homóloga para o caso estático, depois de imaginar uma rotação de um ângulo  $\theta = \arctg(k_h/(1 \pm k_v))$ , Figura 5.1 b), de tal forma que a resultante do peso e das forças de inércia  $W_s$  fique vertical.

O impulso ativo sísmico será assim:

$$I_{ays} = \frac{1}{2} K_{ays} \gamma h^2 \quad (5.2)$$

onde  $K_{ays}$  é o coeficiente de impulso ativo devido ao peso do solo para uma ação dinâmica, sendo dado pela seguinte fórmula:



(1972). Na Figura 5.2 apresenta-se um exemplo de um desses mecanismos de blocos rígidos para os casos ativo e passivo respectivamente.

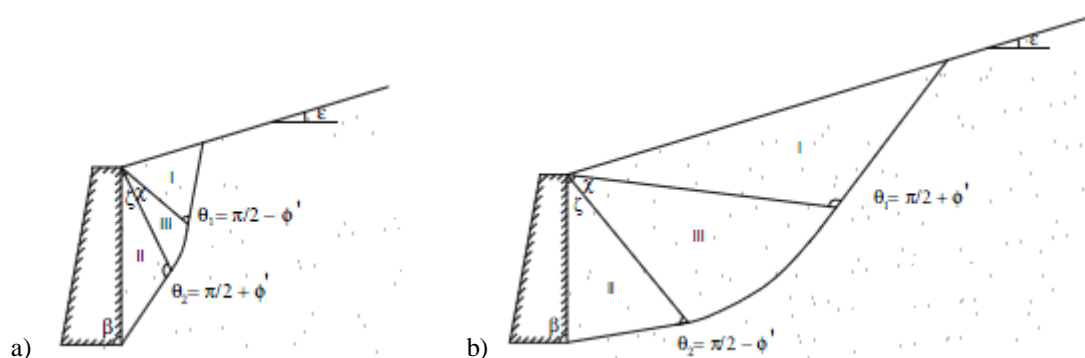


Figura 5.2 - Mecanismo de rotura para o caso: a) ativo; b) passivo (Chen e Liu (1990)).

### 5.1.3 Método de análise limite (Solução da região inferior)

#### 5.1.3.1 Caso Estático. Tabelas de Caquot-Kérisel

Caquot e Kérisel propuseram valores para os coeficientes de impulsos estáticos no âmbito do teorema da região inferior. Resolveram a integração do sistema de equações diferenciais obtidas por Boussinesq por via numérica, adotando algumas hipóteses adicionais. A partir desta solução, Caquot e Kérisel elaboraram tabelas (Caquot e Kérisel, 1948; Caquot et al., 1972; Kérisel e Absi, 1990) de coeficientes de impulsos estáticos em função de quatro ângulos, o ângulo de resistência ao corte ( $\phi'$ ) e os restantes definidos na Figura 5.3.

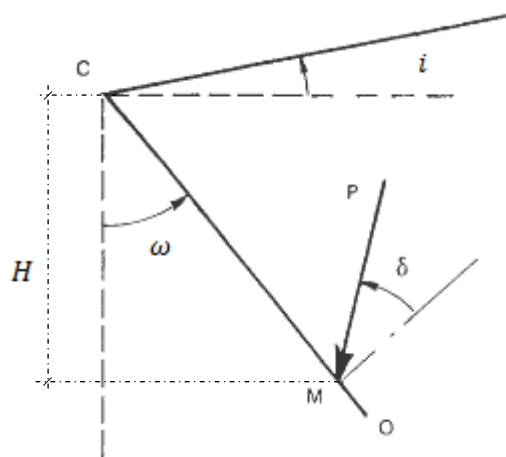


Figura 5.3 - Esquema utilizado nas Tabelas de Caquot-Kérisel (adaptado de Kérisel e Absi (1990)).

O impulso ativo, relativo ao integral das tensões entre C e M, é dado por:

$$I = \frac{1}{2} K_a \gamma \left( \frac{H}{\cos \omega} \right)^2 \quad (5.4)$$

### 5.1.3.2 Resultados de Mylonakis et al. (2007)

Mylonakis et al. (2007) apresentam uma alternativa ao método M-O à determinação de coeficientes de impulsos sísmicos motivados pelo peso volúmico do solo e devido à sobrecarga na superfície do terreno. Esta solução baseia-se numa abordagem de análise limite em tensão que faz uso da teoria dos campos de tensões descontínuas, mostrando-se na Figura 5.4 os planos considerados para as descontinuidades de tensão. É apontado, que a solução não pode ser classificada no contexto dos teoremas de análise limite (uma vez que não satisfaz o equilíbrio em todas as zonas do corpo), no entanto comparações com resultados numéricos, indicam que o método sobrestima os impulsos ativos e subestima as pressões passivas induzidas em estruturas rígidas de suporte de terras. Por conseguinte, pode ser visto como uma solução aproximada do limite inferior. apresentar

O modelo apresentado, divide o solo em três regiões: Zona A (Zona de Rankine), localizada próxima da superfície livre do terreno semi-infinito; Zona B (também Zona de Rankine), que satisfaz a condição fronteira de tensão na interface terras-muro, e a Zona C que é a transição entre as regiões A e B, onde é adotado uma tensão logarítmica, que é a solução exata para um material sem peso, mas apenas aproximada para um material em que o peso é considerado.

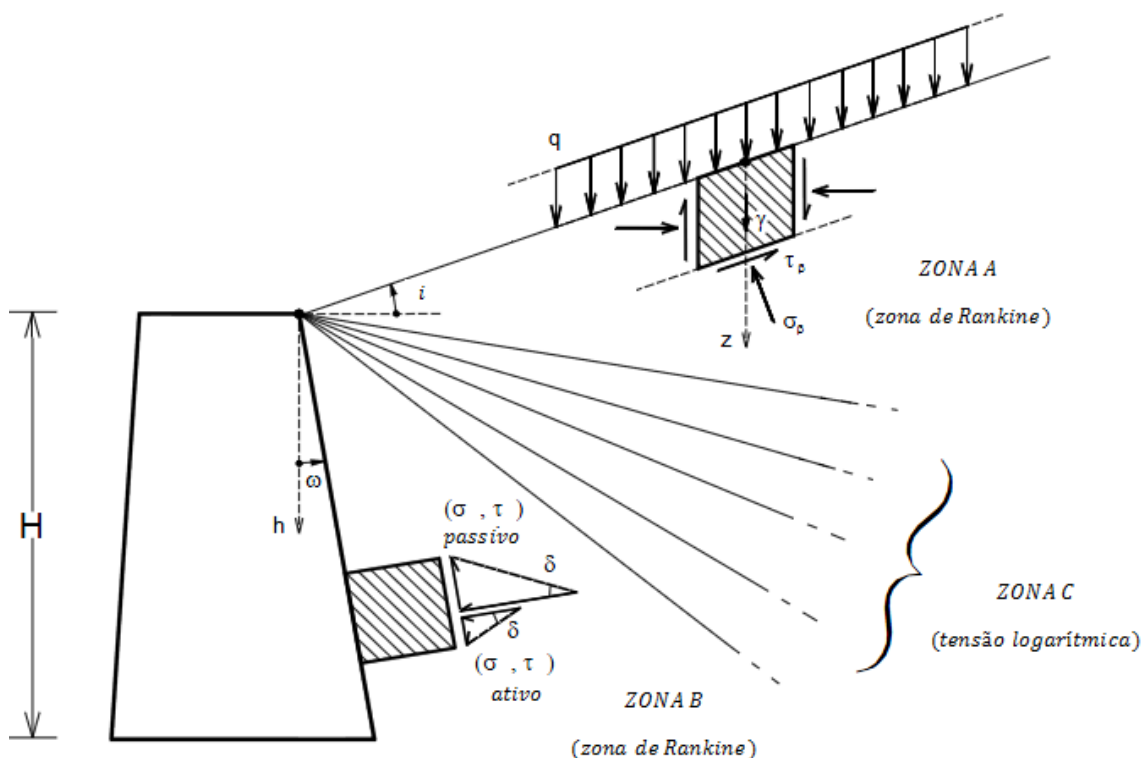


Figura 5.4 - Campos de tensão perto da superfície do solo (zona A) e do muro (zona B) (adaptado de Mylonakis et al. (2007)).

A condição de fronteira no paramento (Zona B) impõe duas restrições: Em primeiro lugar, aplica o critério de cedência na interface solo-muro ( $\tau = \sigma \tan \delta$ ), pois essa superfície é um plano de descontinuidade; e em segundo lugar ordena a direção das tensões ( $\sigma, \tau$ ) com uma obliquidade  $\delta$  no paramento (que é diferente nos casos ativo e passivo).

Nesta proposta não é utilizada a geometria da superfície de deslizamento do terreno e tem em consideração os seguintes parâmetros: o peso volúmico ( $\gamma$ ) e o ângulo de resistência ao corte ( $\phi'$ ); a inclinação do paramento com a vertical ( $\omega$ ); o declive da superfície do terreno com a horizontal ( $i$ ); o ângulo de atrito terras-muro ( $\delta$ ); a sobrecarga na superfície do solo ( $q$ ), e os coeficientes de aceleração sísmica horizontal ( $k_h$ ) e vertical ( $k_v$ ). A distribuição das pressões do terreno, no tardo do muro, é crescente não linear com a profundidade, a partir da superfície do solo.

A expressão do impulso total sísmico é, dada assim, pela seguinte equação:

$$I = K_{qs}(1 - k_v)qH + \frac{1}{2} K_{\gamma s}(1 - k_v)\gamma H^2 \quad (5.5)$$

Na equação acima,  $K_{\gamma s}$  e  $K_{qs}$  (calculadas pelas expressões 5.6 e 5.7) são os coeficientes de impulso sísmicos devidos ao peso volúmico e à sobrecarga, respetivamente;  $\theta$  é a mesma rotação que a usada no cálculo de Mononobe-Okabe;  $\Delta_1$  e  $\Delta_2$ , calculados pelas equações 5.9, são os correspondentes e designados ângulos de Caquot (Caquot e Kérisel (1948), Sokolovskii (1965)), medidos em radianos, e  $\psi_e$ , traduzido pela Expressão 5.10, é o ângulo de rotação dos planos principais entre as zonas A e B. As equações (5.6) a (5.10) são utilizadas para calcular tanto as pressões ativas como as passivas, desde que usemos os sinais corretos para o ângulo de resistência ao corte do solo ( $\phi'$ ) e para a rugosidade ( $\delta$ ). Se considerarmos ambos positivos, estaremos perante uma situação ativa, enquanto no caso oposto achar-se-á a situação passiva.

$$K_{\gamma s} = \frac{\cos(\omega - i) \cos(\omega + \theta)}{\cos \theta \cos \delta \cos^2 \omega} \left[ \frac{1 \mp \sin \phi' \cos(\Delta_2 \mp \delta)}{1 \pm \sin \phi' \cos(\Delta_1 \pm (i + \theta))} \right] e^{\mp 2\psi_e \tan \phi'} \quad (5.6)$$

$$K_{qs} = K_{\gamma s} \frac{\cos \omega}{\cos(\omega - i)} \quad (5.7)$$

$$\theta = \arctg \frac{k_h}{1 \pm k_v} \quad (5.8)$$

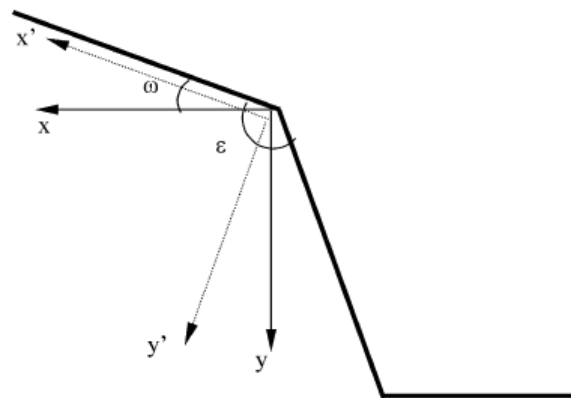
$$\sin \Delta_1 = \frac{\sin(i + \theta)}{\sin \phi'}; \sin \Delta_2 = \frac{\sin \delta}{\sin \phi'} \quad (5.9)$$

$$2\psi_e = \Delta_2 \mp (\Delta_1 + \delta) + i - 2\omega - \theta \quad (5.10)$$

### 5.1.4 Método que tem por base as equações das linhas características

O método das linhas características (direções de deslizamento) consiste no estabelecimento dum campo/rede de linhas de escorregamento em determinada região, o qual satisfaz as equações de equilíbrio quer na fronteira quer no interior, e o critério de cedência em cada ponto no seu interior. No entanto, a distribuição de tensões fora da região onde ocorre o campo parcial de tensões não é definida. Assim, é válido salientar que o campo parcial de tensões, não conduz necessariamente à solução correta para o problema, nem se pode afirmar que se trata de um dos limites: inferior ou superior, estabelecido pelo método da análise limite. Porém, quando este campo de tensões puder ser estendido para todo o corpo, além da zona plastificada, satisfazendo sempre às equações de equilíbrio, ao critério de cedência e às condições de fronteira, além de estar associado a um campo de deslocamento compatível, então a solução assim obtida é rigorosamente a correta.

Cheng (2003) propôs uma rotação de eixos na solução das equações das linhas características, a fim de determinar os coeficientes de impulso de terras com a presença da ação sísmica sob condições gerais (efeito do peso volúmico do solo, do intercepto de coesão e de uma sobrecarga à superfície do terreno).



**Figura 5.5 - Transformação do sistema de coordenadas (Cheng (2003)).**

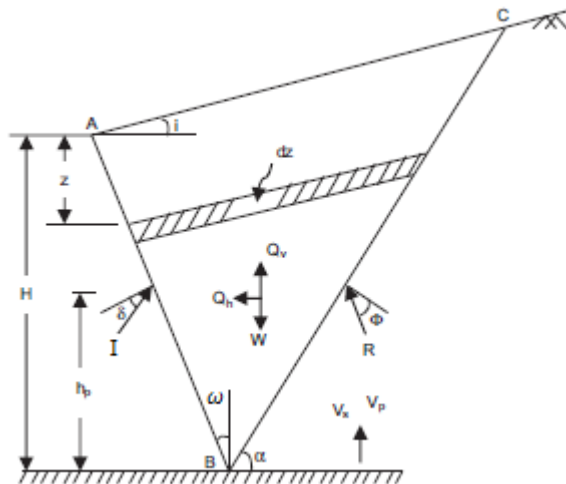
A superfície de rutura nesta formulação é automaticamente determinada a partir da solução das equações das linhas características, ficando perto da equação log-espiral (Kérisel e Absi (1990)). Os resultados apresentados mostram estar em concordância com outros métodos.

### 5.1.5 Solução pseudo-dinâmica

Nos métodos anteriores (abordagem pseudo-estática), a carga dinâmica induzida pelo sismo é considerada como independente do tempo, assumindo-se que a magnitude e a fase de aceleração são uniformes na cunha de deslizamento.

Com o intuito de superar esta limitação, Steedman e Zeng (1990), desenvolveram uma análise pseudo-dinâmica em que a variação de fase e de amplitude das acelerações ao longo da altura é incluída. Em 1993, Steedman e Zeng (1993) apresentaram um outro trabalho de grande interesse, onde compararam um número bastante considerável de resultados de ensaios em centrífuga, com os valores obtidos na abordagem pseudo-dinâmica. Verificou-se que havia concordância de resultados, comprovando a validade das hipóteses admitidas.

Steedman e Zeng (1990) forneceram a solução para solos respondendo em condições drenadas, com superfície do terreno horizontal, paramento vertical com atrito terras-muro  $\delta$  sob atuação somente pela aceleração sísmica horizontal  $a_h(z, t)$ . A velocidade de onda de corte  $V_s$  também foi considerada. Mais tarde, a velocidade da onda primária  $V_p$  e a aceleração sísmica vertical  $a_v(z, t)$  foram adicionadas e estudadas em Choudhury e Nimbalkar (2006). Com base na mesma metodologia, Ghosh (2010) e Ghosh e Sharma (2012) chegaram a coeficientes de impulsos sísmicos ativos adicionando a variação das inclinações da superfície do solo com a horizontal  $i$  e do paramento com a vertical  $\omega$ .



**Figura 5.6 - Forças que atuam no sistema solo - cunha durante o estado de equilíbrio ativo (Ghosh (2010)).**

Para o caso de uma estrutura de suporte rígida de altura  $H$ , submetida a uma solicitação sísmica sinusoidal de frequência  $\omega$ , as acelerações sísmica horizontal e vertical no solo a uma determinada cota  $z$  são dadas, respectivamente, por:

$$a_h(z, t) = k_h g \sin \omega \left( t - \frac{H - z}{V_s} \right) \quad (5.11)$$

$$a_v(z, t) = k_v g \sin \omega \left( t - \frac{H - z}{V_p} \right) \quad (5.12)$$

onde  $g$  é a aceleração da gravidade e  $t$  é o tempo.



Considerando, na cunha de rotura, uma fatia de altura infinitesimal  $dz$ , a massa dessa fatia é igual a:

$$m(z) = \frac{\gamma(H-z)(1 + \tan \alpha \tan \omega) \sin \alpha}{g \tan \alpha \sin(\alpha - i)} dz \quad (5.13)$$

O peso da cunha de rotura  $W$  pode então ser derivado a partir da Equação 5.13, e que resulta em:

$$W = \frac{\gamma H^2}{2 \tan \alpha \sin(\alpha - i)} (1 + \tan \alpha \tan \omega) \sin \alpha \quad (5.14)$$

Assim, as forças de inércia horizontal e vertical, a que fica submetida a cunha de rotura, são obtidas respetivamente através dos seguintes integrais:

$$Q_h(t) = \int_0^H k_h g \sin \omega \left( t - \frac{H-z}{V_s} \right) \frac{\gamma(H-z)(1 + \tan \alpha \tan \omega) \sin \alpha}{g \tan \alpha \sin(\alpha - i)} dz \quad (5.15)$$

$$Q_v(t) = \int_0^H k_v g \sin \omega \left( t - \frac{H-z}{V_p} \right) \frac{\gamma(H-z)(1 + \tan \alpha \tan \omega) \sin \alpha}{g \tan \alpha \sin(\alpha - i)} dz \quad (5.16)$$

Quando  $V_s$  e  $V_p$  tendem para infinito,  $Q_h(t) = k_h$  e  $Q_v(t) = k_v$  respetivamente, o que corresponde à hipótese de corpo rígido do método de M-O.

Estabelecendo o equilíbrio de forças na cunha de rotura, determina-se o impulso total dinâmico exercido sobre a estrutura:

$$I_{as(t)} = \frac{W \sin(\alpha - \phi') + Q_{h(t)} \cos(\alpha - \phi') - Q_{v(t)} \cos(\alpha - \phi')}{\cos(\delta + \omega + \phi' - \alpha)} \quad (5.17)$$

Sendo o coeficiente de impulso dinâmico dado por:

$$K_{as(t)} = \frac{2P_{as(t)}}{\gamma H^2} \quad (5.18)$$

## 5.1.6 Estudos Experimentais

### 5.1.6.1 Modelos a $g = 0$ : mesa vibratória

A utilização de mesas vibratórias foi o processo mais comum para avaliar as pressões dinâmicas que se desenvolvem durante ações sísmicas e o ponto de aplicação da respetiva resultante.

Ichihara e Matsuzawa (1973) e Ishibashi e Fang (1987) realizaram testes experimentais através de modelos reduzidos sob vibração sinusoidal, envolvendo um muro de contenção vertical com terrapleno horizontal, com o intuito de estimar os impulsos dinâmicos.

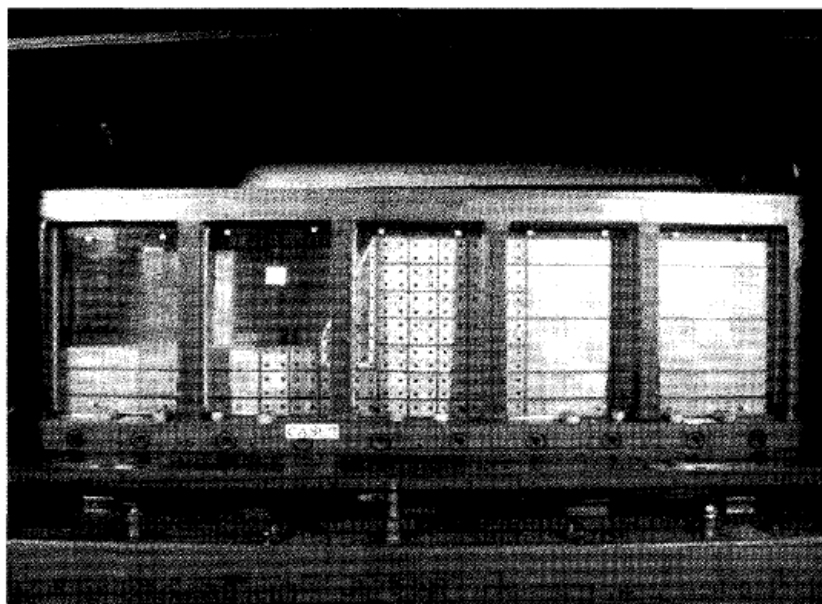
O muro modelo (altura=55cm) utilizado no ensaio de Ichihara e Matsuzawa (1973) permitia apenas um movimento de rotação em torno da sua base. Foi utilizado como material do terrapleno uma areia seca designada por areia Toyoura. As pressões de terras foram determinadas a partir das leituras de três células de carga ligadas ao muro. O ângulo de resistência ao corte da areia foi estimado em  $\phi' = 42^\circ$  com um ângulo de atrito solo-muro  $\delta = \phi'/2$ .

Por sua vez, Ishibashi e Fang (1987) utilizaram um muro de 1 metro submetido a diferentes modos de movimento tais como translação, rotação sobre a base e rotação em torno da parte superior. A areia Ottawa foi a usada como material do terrapleno. As pressões dinâmicas foram medidas através de células de pressão de terras ligadas ao muro. O ângulo de resistência ao corte desta areia foi estimado em  $\phi' = 32,9^\circ$  com um ângulo de atrito solo-muro  $\delta = \phi'/2$ .

### 5.1.6.2 Modelos a $g > 0$ : centrífugadora

A utilização de centrífugas é um método mais recente mas menos comum, para avaliar as pressões dinâmicas que se desenvolvem durante ações sísmicas e o ponto de aplicação da respectiva resultante.

Nakamura (2006) realizou uma série de experiências numa centrífugadora para estudar o comportamento sísmico de estruturas rígidas de suporte vertical com superfície do terreno horizontal, com a finalidade de investigar a exatidão do método M-O. Uma imagem do modelo de centrífugadora é apresentada na Figura 5.7.



**Figura 5.7 - Configuração do teste de Nakamura (2006).**

Foi utilizado como material a areia Toyoura. As pressões de terras foram determinadas a partir das leituras de dez células de carga ligadas ao muro. O ângulo de resistência ao corte da a-

reia foi estimado em  $\phi' = 42^\circ$  com um ângulo de atrito solo-muro  $\delta = 0,53\phi'$ .

O autor investigou ainda o deslocamento e a aceleração, a fim de entender o comportamento sísmico do sistema solo-estrutura.

## 5.2 Validação dos resultados

Neste ponto comparam-se os valores dos  $K_{ay(s)}$  obtidos no presente trabalho (solução da região superior) com os obtidos por outros métodos mencionados anteriormente. Pretende-se verificar a qualidade da concordância dos resultados dos vários métodos e, no caso de se dispor de soluções oriundas do teorema cinemático e do teorema estático, averiguar a qualidade das soluções em relação ao domínio estabelecido para a solução exata.

### 5.2.1 Coeficientes de impulso ativos estáticos

Embora o trabalho desta dissertação não tenha como objetivo principal a determinação de coeficientes de impulso ativos estáticos, achou-se importante analisar este problema, relativamente simples e bastante estudado. Só posteriormente à validação dos resultados obtidos neste caso, se passou aos cálculos em condições pseudo-estáticas.

Na Figura 5.8 estão representados os valores calculados pela metodologia numérica apresentada no Capítulo 2, assim como, as grandezas que são fornecidos pelos métodos de Coulomb (que coincide com uma solução da região superior) e de Kérisel-Absi (solução da região inferior), dos coeficientes de impulso ativo estático, para a situação de carregamento motivado pelo peso do solo.

A utilização duma solução da região superior subestima o valor exato do impulso ativo, enquanto que a solução da região inferior o sobrestima. Observando a Figura 5.8, verifica-se que os valores de  $K_{ay}$  determinados nesta dissertação são superiores (principalmente quando se verifica a condição,  $\delta = \phi'$ ) ou iguais aos do método de Coulomb. Eles são muito próximos dos obtidos pela solução da região inferior e, por isso, pode-se afirmar que estão muito próximos da solução exata.

São apresentados na Tabela 5.1 os resultados numéricos dos coeficientes de impulso ativos devido ao peso volúmico do solo  $K_{ay}$  da solução em estudo e de outras que foram estabelecidas a partir da literatura.

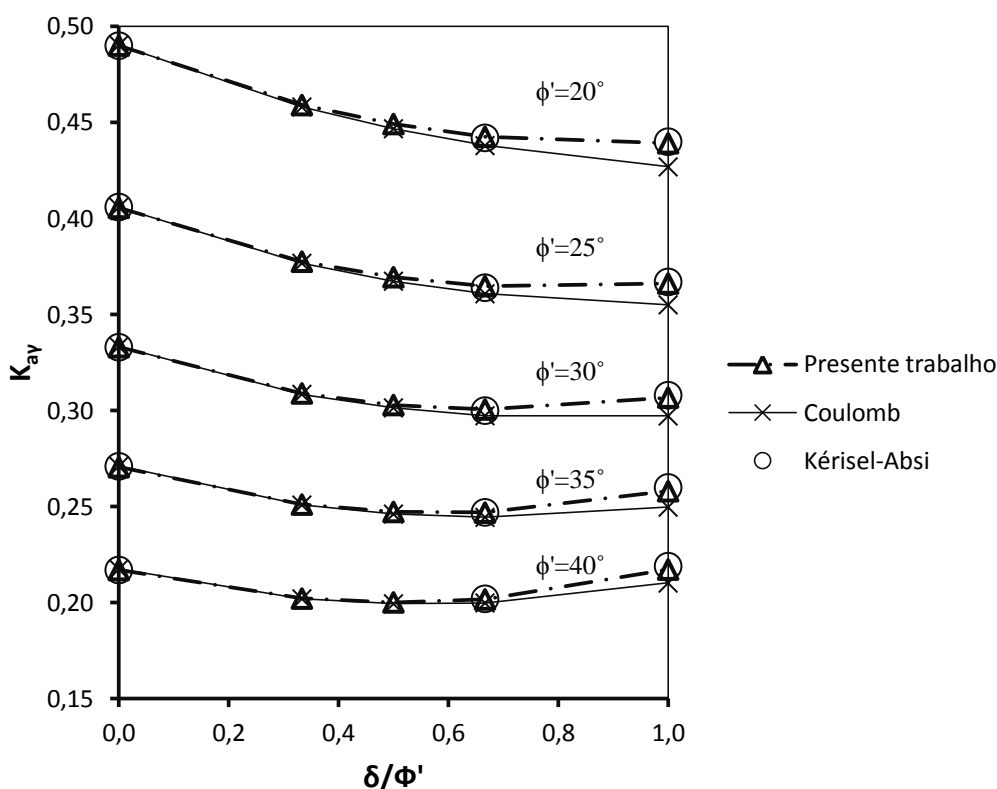


Figura 5.8 – Comparação de  $K_{ay}$ , calculados por diferentes métodos para o caso:  $\omega = 0^\circ$  e  $i = 0^\circ$ .

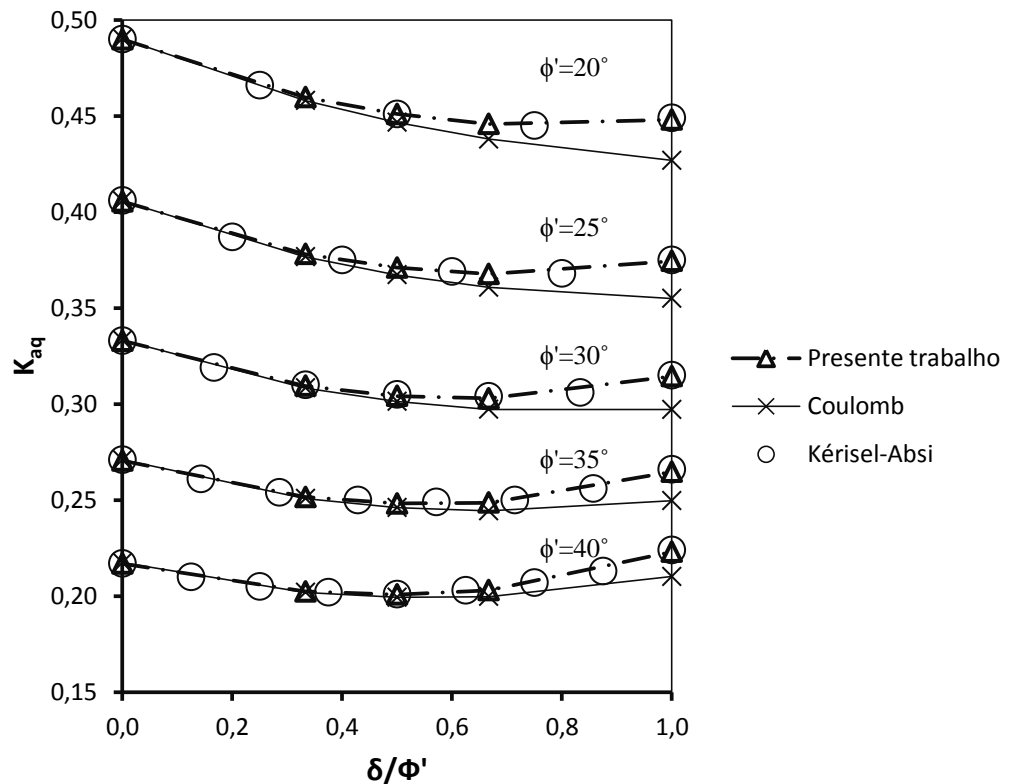
Tabela 5.1- Comparação de  $K_{ay}$  previsto por vários métodos para distintos  $\omega$ ,  $\phi'$  e  $\delta$ .

$\omega$	$0^\circ$						$20^\circ$		$-20^\circ$	
$\phi'$	$20^\circ$		$30^\circ$		$40^\circ$		$30^\circ$		$30^\circ$	
$\delta$	$0^\circ$	$10^\circ$	$0^\circ$	$15^\circ$	$0^\circ$	$20^\circ$	$0^\circ$	$15^\circ$	$0^\circ$	$15^\circ$
Coulomb	0,490	0,447	0,333	0,301	0,217	0,199	0,498	0,476	0,212	0,180
Chen e Liu (1990)	0,490	0,448	0,333	0,303	0,217	0,200	0,498	0,476	0,218	0,189
Presente trabalho	0,490	0,449	0,333	0,303	0,217	0,200	0,516	0,481	0,224	0,198
Sokolovskii (1965)	0,49	0,45	0,33	0,30	0,22	0,20	0,521	0,487	0,229	0,206
Mylonakis et al. (2007)	0,490	0,451	0,333	0,305	0,217	0,201	0,531	0,485	0,237	0,217
Habibagahi e Ghahramani (1977)	0,49	0,41	0,33	0,27	0,22	0,17	-	-	-	-
Ghosh e Sharma (2012)	0,496	0,453	0,333	0,309	0,219	0,201	0,498	0,483	0,212	0,182

Através da análise da Tabela 5.1 pode-se afirmar que os vários métodos estão em concordância, sendo a maior discrepância de cerca de 6%. As duas primeiras soluções (método de Coulomb, Chen e Liu (1990)) e a do presente trabalho são soluções da região superior, logo de natureza não conservativa. Por sua vez, os resultados do método das linhas características de Sokolovskii (1965) e de Mylonakis et al. (2007) são soluções que estão do lado da segurança e estão associadas à região inferior. Constata-se assim que, das soluções do limite superior, a metodologia numérica usada neste trabalho é a que está mais perto do limite inferior e assim mais próxima

da solução exata. Em relação às soluções de Habibagahi e Ghahramani (1977) assim como do método pseudo-dinâmico de Ghosh e Sharma (2012), não faz sentido fazer estas observações porque estes não estão associados aos teoremas da análise limite. Note-se que, em alguns casos as soluções de Sokolovskii (1965) parecem apresentar valores contraditórios com o facto de serem provindos de uma solução da região inferior. Esse problema pode ser apenas uma questão de precisão inadequada, por apresentarem valores apenas com duas casas decimais.

Na Figura 5.9 estão representados graficamente os resultados dos coeficientes de impulso ativos estáticos para a situação de carregamento motivado por uma sobrecarga  $K_{aq}$ , do presente trabalho assim como os fornecidos pelas tabelas de Kérisel e Absi (1990) e pela teoria de Coulomb (obtido através da seguinte relação:  $K_{aq(Coulomb)} = K_{ay(Coulomb)} \left( \frac{\sin \beta}{(\sin(\beta-i))} \right)$  (Guerra (2012))).



**Figura 5.9 - Comparação de  $K_{aq}$ , calculado por diferentes métodos para o caso:  $\omega = 0^\circ$  e  $i = 0^\circ$ .**

Tal como o gráfico da Figura 5.8, este também comprova a boa qualidade dos valores obtidos, sendo praticamente coincidentes com os provenientes da solução da região inferior (Kérisel e Absi (1990)), e apresentando para valores de  $\delta/\phi'$  mais elevados, uma ligeira melhoria em relação aos valores obtidos com o método de Coulomb (solução do limite superior).

### 5.2.2 Coeficientes de impulso ativos dinâmicos

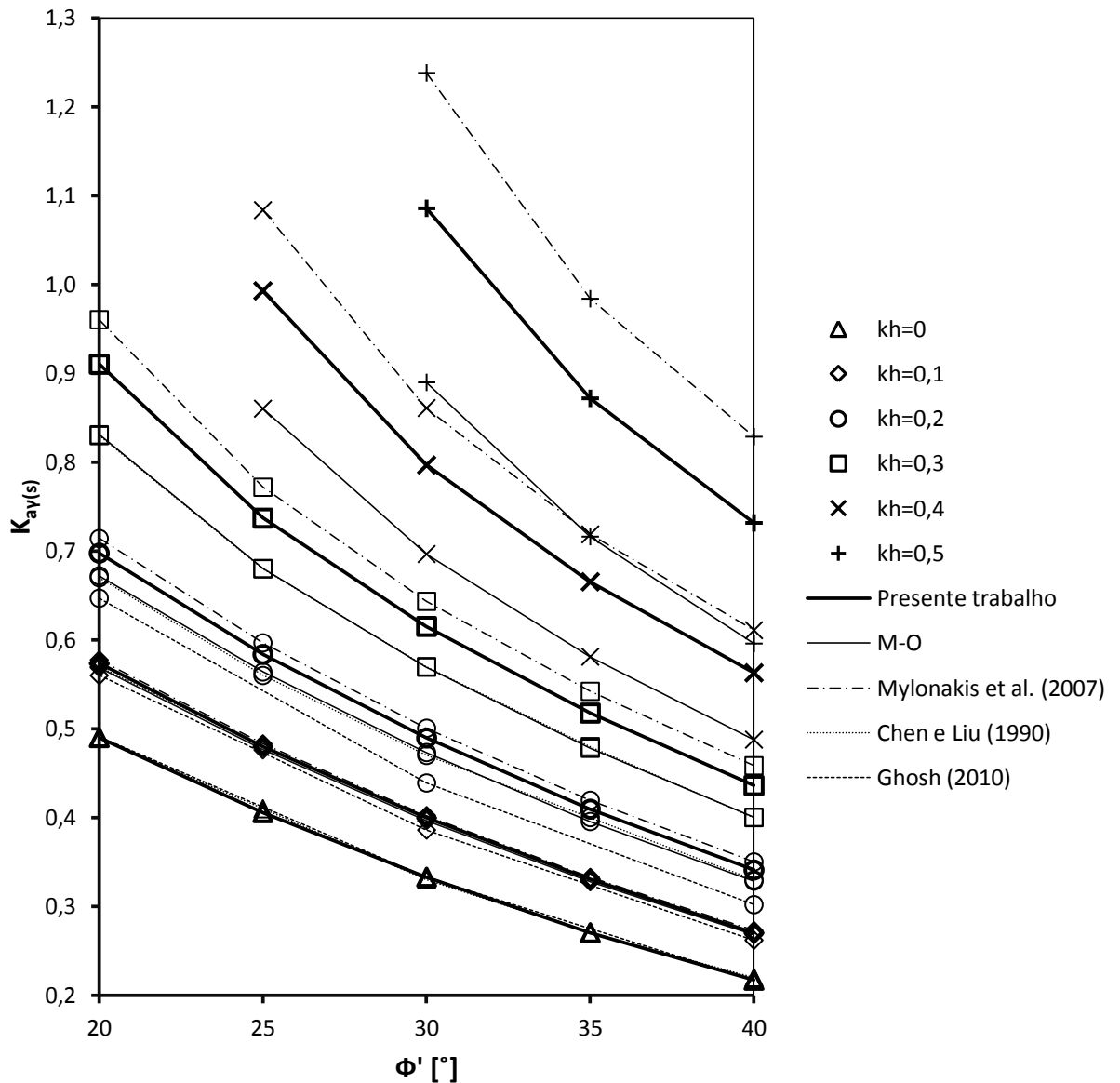
Antes de se comparar os resultados dos coeficientes de impulso ativos dinâmicos (e também estáticos) devidos ao peso volúmico  $K_{ay(s)}$  do presente trabalho com outros métodos, apresentados no subcapítulo 5.1, esclarece-se que certos autores não disponibilizam valores dos  $K_{ay(s)}$  para todo(a)s:

- os ângulos de resistência ao corte do solo  $\phi'$ :
  - Chen e Liu (1990) – fornecem todos os resultados estudados nesta dissertação, e
  - Ghosh (2010) e Cheng (2003) – proporcionam apenas para os casos  $20^\circ$ ,  $30^\circ$  e  $40^\circ$ .
- os coeficientes de aceleração sísmica horizontal  $k_h$ :
  - Chen e Liu (1990) – fornecem os casos de 0 até 0,3;
  - Ghosh (2010) – proporcionam os casos de 0 até 0,2, e
  - Cheng (2003) – facultam apenas para os casos 0,1 e 0,2.
- as inclinações da superfície livre do terreno com a horizontal  $i$ :
  - Chen e Liu (1990) – fornecem alguns resultados estudados nesta dissertação;
  - Ghosh (2010) – proporcionam apenas para os casos  $0^\circ$ ,  $10^\circ$  e  $20^\circ$ , e
  - Cheng (2003) – facultam apenas para os casos  $10^\circ$  e  $20^\circ$ .
- as inclinações do paramento com a vertical  $\omega$ :
  - Chen e Liu (1990) – fornecem todos os resultados estudados nesta dissertação;
  - Ghosh (2010) – proporcionam todos os casos estudados neste trabalho, e
  - Cheng (2003) – não facultam nenhum resultado, para além do caso de  $\omega = 0^\circ$ .

Já no método de Mononobe-Okabe (M-O) assim como a teoria de Mylonakis et al. (2007), estes disponibilizam os resultados para todas as geometrias do terrapleno, características de resistência do solo, e todas acelerações sísmicas horizontais (e verticais) estudadas nesta dissertação, sendo por isso os métodos mais utilizados no que diz respeito à comparação com os resultados do presente trabalho.

#### 5.2.2.1 Situação de superfície horizontal com paramento vertical

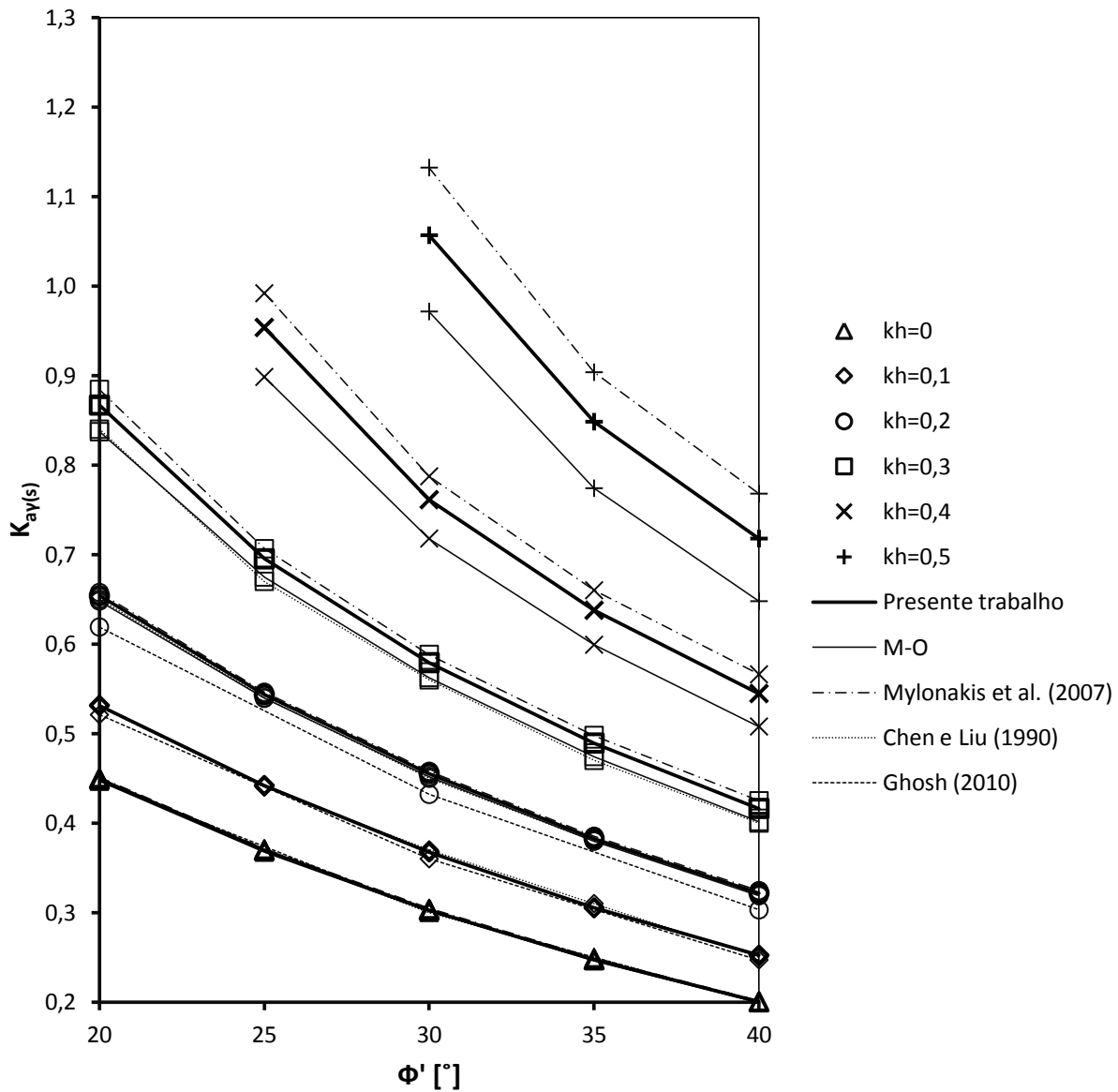
Nas Figuras 5.10, 5.11 e 5.12 apresenta-se, para métodos distintos, a evolução do coeficiente de impulso ativo estático e sísmico devido ao peso volúmico  $K_{ay(s)}$  em função do ângulo de resistência ao corte do solo,  $\phi'$ , dos coeficientes de aceleração sísmica horizontal,  $k_h$ , e para valores do ângulo de atrito solo-estrutura  $\delta$  iguais a  $0$ ;  $0,5\phi'$  e  $\phi'$ , para o caso  $\omega = 0^\circ$  e  $i = 0^\circ$ .



**Figura 5.10 - Variação do  $K_{ay(s)}$  com  $\Phi'$  e com  $kh$  para o caso:  $\omega = 0^\circ$ ,  $i = 0^\circ$  e  $\delta/\Phi' = 0$ , e comparação com outros métodos.**

Através da Figura 5.10 verifica-se que à medida que  $kh$  aumenta, existe em geral, uma menor concordância entre os diferentes métodos. Entre os resultados dos métodos que fornecem valores da região superior (método de M-O, valores de Chen e Liu (1990) e presente trabalho), os obtidos através da metodologia apresentada são, consistentemente, os de melhor qualidade. A diferença entre os melhores resultados da região superior (presente trabalho) e os da região inferior (Mylonakis et al. (2007)) aumenta com o aumento do  $kh$ . Para os maiores valores de  $kh$ , apesar destes representarem situações pouco realistas, essa diferença é considerável. Constatam-se ainda que o método pseudo-dinâmico fornece valores próximos dos outros métodos para  $kh \leq 0,1$ ,

no entanto para  $k_h = 0,2$ , os resultados de Ghosh (2010) afastam-se dos resultados dos diversos métodos.

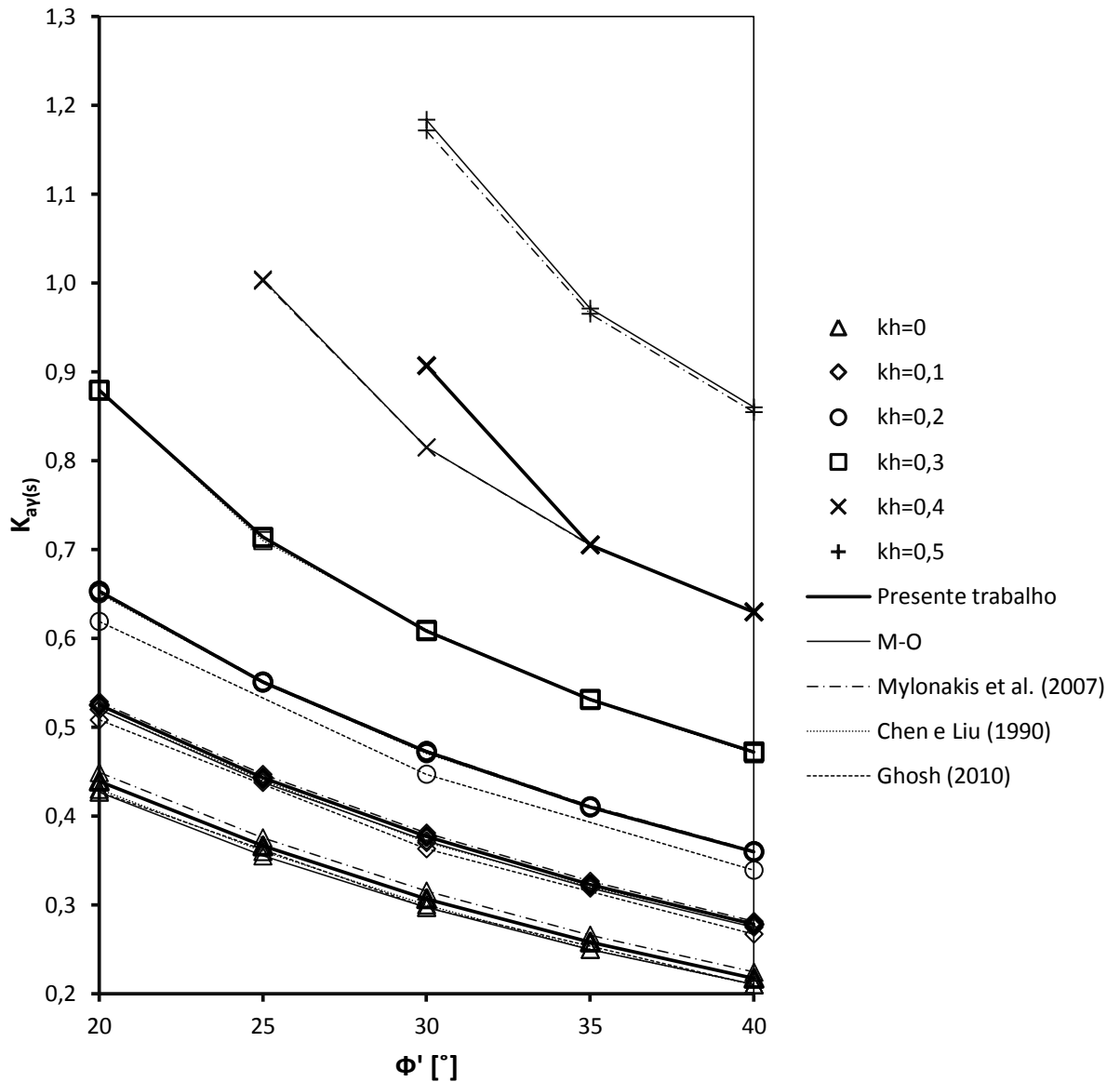


**Figura 5.11 - Variação do  $K_{ay(s)}$  com  $\phi'$  e com  $k_h$  para o caso:  $\omega = 0^\circ$ ,  $i = 0^\circ$  e  $\delta/\phi' = 0,5$ , e comparação com outros métodos.**

Comparando-se as Figuras 5.10 e 5.11 constata-se que à medida que se aumenta  $\delta$ , é menor a diferença dos valores dos  $K_{ay(s)}$  entre os distintos métodos. Nota-se igualmente que as soluções do presente trabalho são sempre maiores ou iguais às outras soluções da região superior assim como as do método pseudo-dinâmico e menores ou iguais às aproximações do limite inferior, sendo mais visível sobretudo quando  $k_h$  é maior ou igual a 0,3. Pode-se então dizer que a meto-



dologia apresentada é a solução do limite superior que mais se aproxima de uma estimação do limite inferior, sendo por isso a mais próxima da exata.



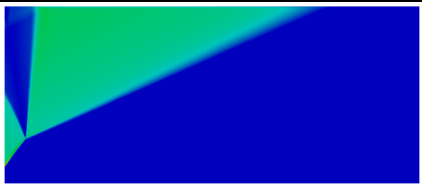




**Figura 5.12 - Variação do  $K_{ay}(s)$  com  $\phi'$  e com  $k_h$  para o caso:  $\omega = 0^\circ$ ,  $i = 0^\circ$  e  $\delta/\phi' = 1$ , e comparação com outros métodos.**

Para o caso  $\delta = \phi'$  (Figura 5.12), verifica-se que para diferentes valores de  $k_h$  não há diferenças significativas dos valores dos  $K_{ay}(s)$  entre os resultados do presente trabalho e os métodos de M-O, Chen e Liu (1990) e Mylonakis et al. (2007), facto mais observável quando  $k_h$  compreende entre 0,1 e 0,3. Os resultados de Ghosh (2010) seguem o mesmo tipo de considerações efetuadas para  $\delta/\phi' < 1$ . Não foi possível obter resultados dos coeficientes de impulso ativos sísmicos devido ao peso volúmico através da metodologia numérica apresentada para coeficientes

de aceleração sísmica horizontal perto da crítica. Esta limitação não se verifica nos métodos de M-O e de Mylonakis et al. (2007). Para  $k_h$  nulo verificam-se ainda um ligeiro aumento da diferença entre os diferentes métodos dos  $K_{ay(s)}$ .

O próprio resultado obtido no presente trabalho para  $\delta/\phi' = 1$ ,  $\phi' = 30^\circ$ ,  $k_h = 0,4$ ,  $\omega = 0^\circ$  e  $i = 0^\circ$  apresenta um comportamento fora do evidenciado nos cálculos realizados para outras configurações. Com o propósito de perceber a razão deste facto, apresenta-se na Tabela 5.2 as deformações plásticas para os casos:  $\delta/\phi' = 0; 0,5$  e  $1$ ,  $\phi' = 30^\circ$ ,  $\omega = 0^\circ$ ,  $i = 0^\circ$  e  $k_h = 0,2; 0,3$  e  $0,4$ .

**Tabela 5.2- Zonas de deformação plástica de variados  $\delta$  e  $k_h$  para o caso:  $\phi' = 30^\circ$ ,  $\omega = 0^\circ$ ,  $i = 0^\circ$  e  $k_v = 0$ .**

$\phi' (^\circ)$	$\delta (^\circ)$	$k_h = 0,2$	$k_h = 0,3$	$k_h = 0,4$
30	0	—	—	
	15	—	—	
	30			

Através da Tabela 5.2, evidencia-se que o caso  $\delta/\phi' = 1$ ,  $\phi' = 30^\circ$  e  $k_h = 0,4$  apresenta um mecanismo diferente dos outros. Esse mesmo caso, tem um tipo de cinemática não englobável no tipo de mecanismo usual, com a zona em deformação restringindo-se a uma localização muito próxima do paramento vertical. Como referido anteriormente, isto só começa a ocorrer para  $k_h$  elevados associados a  $\delta/\phi' = 1$ .

### 5.2.2.2 Situação de superfície inclinada com paramento vertical

Nas Figuras 5.13 a 5.15 e nas Figuras 5.16 a 5.18 apresenta-se, para diferentes métodos, a evolução do coeficiente de impulso ativo estático e sísmico devido ao peso volúmico  $K_{ay(s)}$  em função do ângulo de resistência ao corte do solo,  $\phi'$ , dos coeficientes de aceleração sísmica horizontal,  $k_h$ , e para valores do ângulo de atrito solo-estrutura  $\delta$  iguais a  $0$ ;  $0,5\phi'$  e  $\phi'$ , para o:

5.2.2.2.1 Caso  $i = 10^\circ$  e  $\omega = 0^\circ$ 

Através da Figura 5.13 verifica-se que à medida que  $k_h$  aumenta, existe em geral, uma menor concordância entre os diferentes métodos. Entre os resultados dos métodos que fornecem valores da região superior (método de M-O, valores de Chen e Liu (1990) e presente trabalho), os obtidos através da metodologia apresentada são, consistentemente, os de melhor qualidade. A diferença entre os melhores resultados da região superior (presente trabalho) e os da região inferior (Mylonakis et al. (2007)) aumenta com o aumento do  $k_h$ . Para os maiores valores de  $k_h$ , apesar destes representarem situações pouco realistas, essa diferença é considerável. Consta-se ainda que o

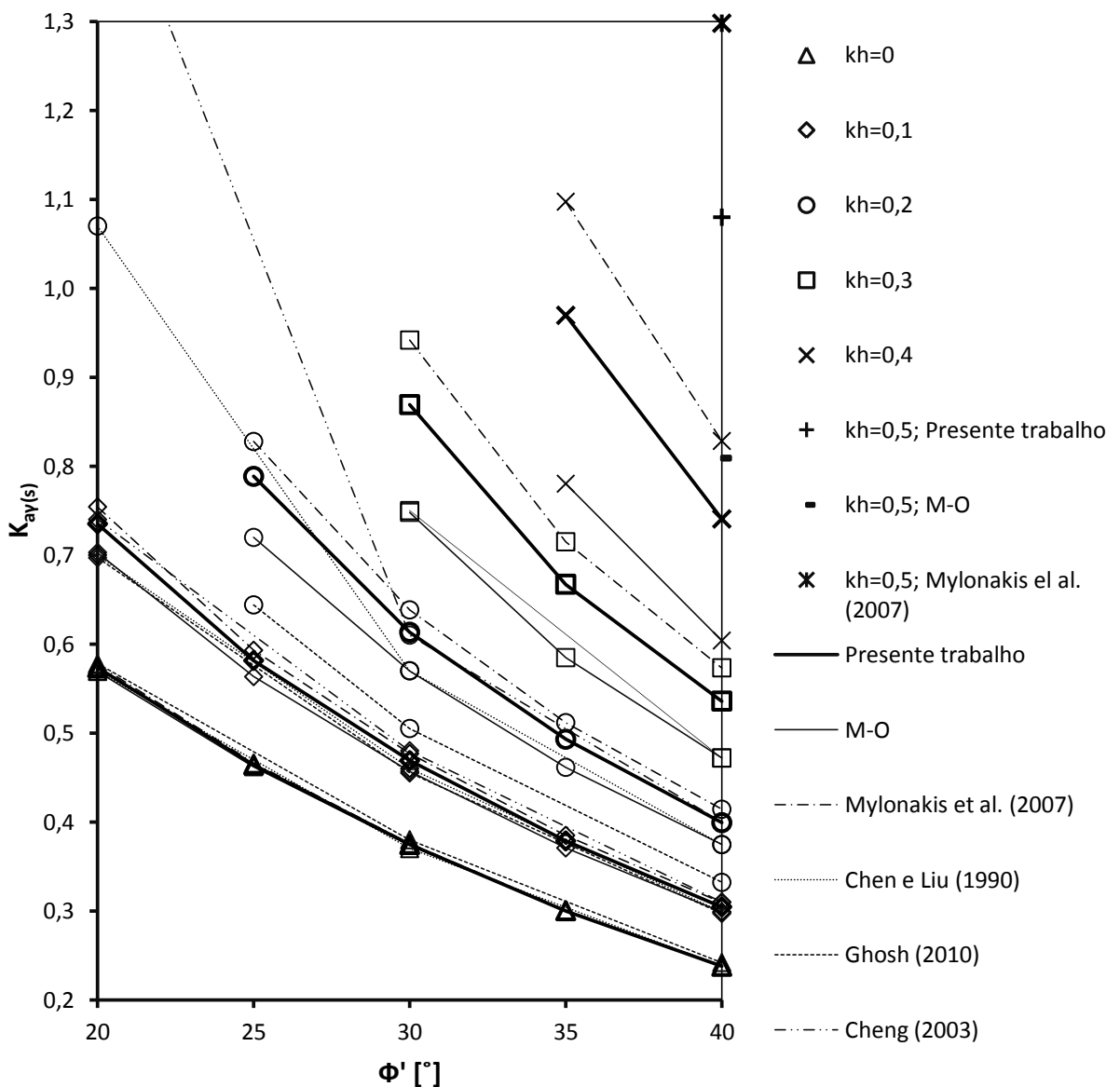
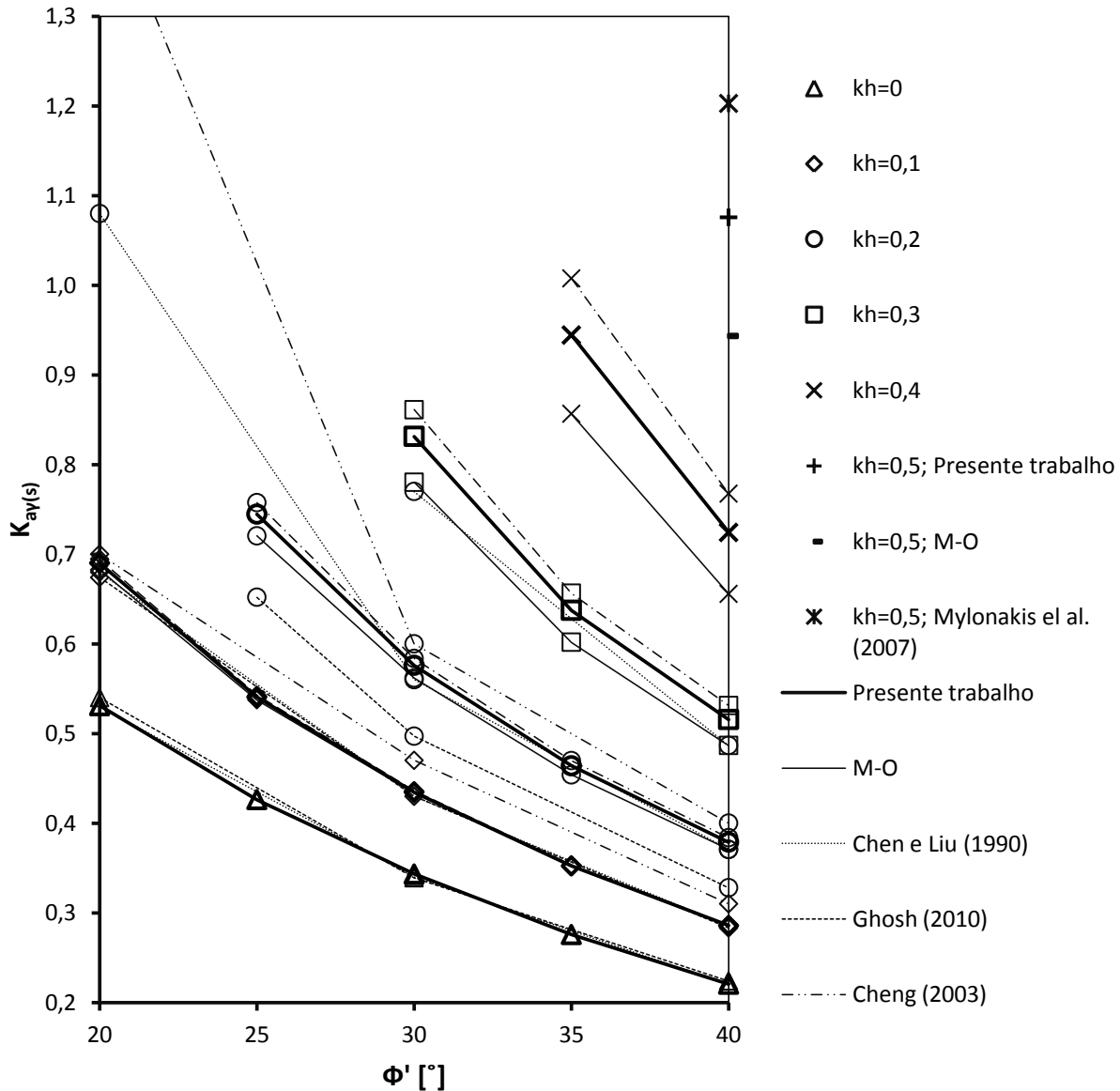


Figura 5.13 - Variação do  $K_{ay}(s)$  com  $\Phi'$  e com  $k_h$  para o caso:  $\omega = 0^\circ$ ,  $i = 10^\circ$  e  $\delta/\Phi' = 0$ , e comparação com outros métodos.

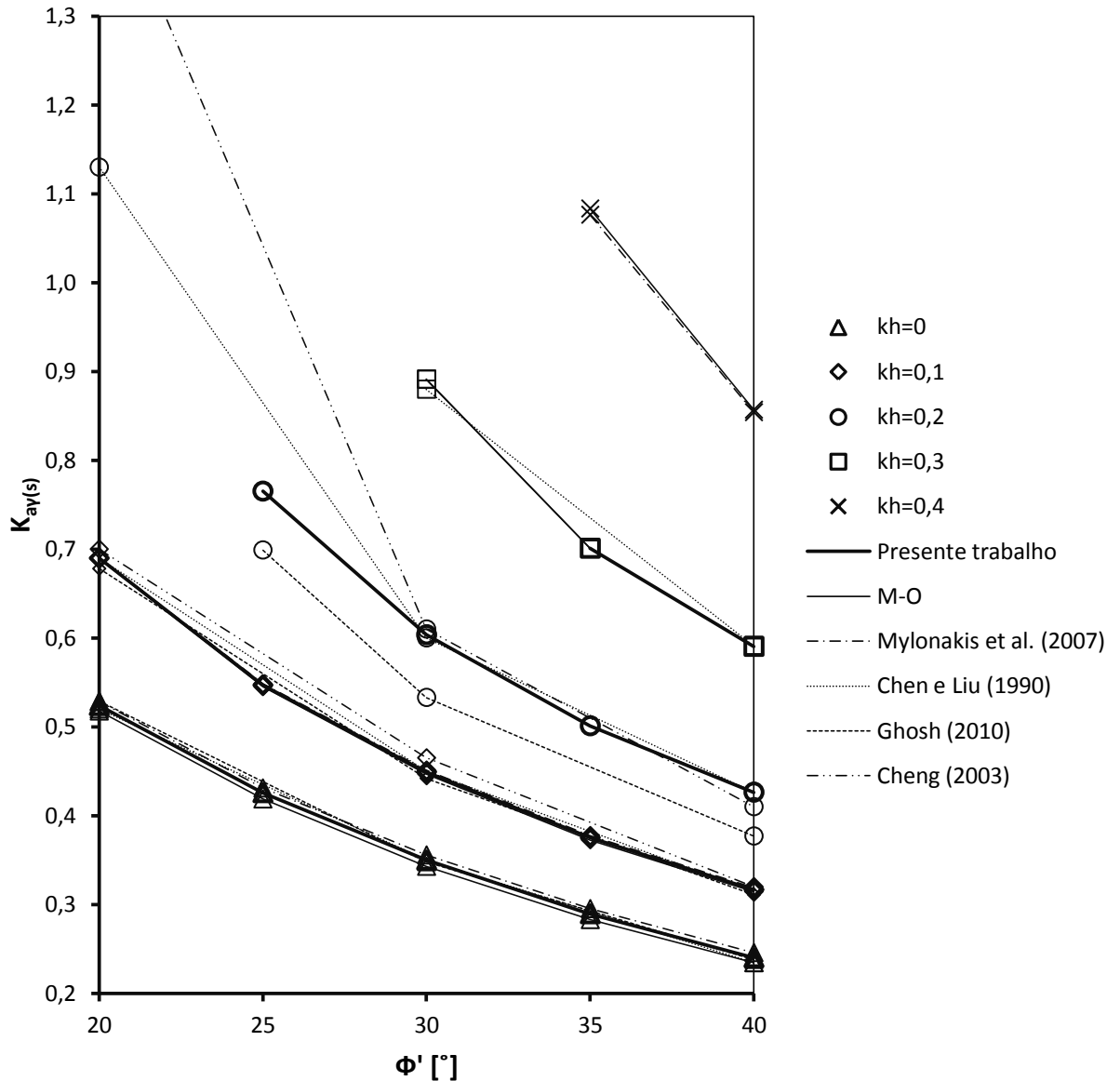
método pseudo-dinâmico (Ghosh (2010)) assim como as soluções que têm por base o método das linhas características (Cheng (2003)) fornecem valores próximos dos outros métodos para  $k_h \leq 0,1$ , no entanto para  $k_h = 0,2$ , afastam-se dos resultados dos diversos métodos.



**Figura 5.14 - Variação do  $K_{ay(s)}$  com  $\Phi'$  e com  $k_h$  para o caso:  $\omega = 0^\circ$ ,  $i = 10^\circ$  e  $\delta/\Phi' = 0,5$ , e comparação com outros métodos.**

Comparando-se as Figuras 5.13 e 5.14 constata-se que à medida que se aumenta  $\delta$ , é menor a diferença dos valores dos  $K_{ay(s)}$  entre os distintos métodos. Nota-se igualmente que as soluções do presente trabalho são sempre maiores ou iguais às outras soluções da região superior assim como do método pseudo-dinâmico e menores ou iguais às aproximações do limite inferior assim como das soluções que têm por base o método das linhas características, sendo mais visível

sobretudo quando  $k_h$  é maior ou igual a 0,2. Pode-se então constatar que a metodologia apresentada é a solução do limite superior que mais se avizinha de uma aproximação do limite inferior, sendo por isso a mais próxima da exata.



**Figura 5.15 - Variação do  $K_{ay(s)}$  com  $\Phi'$  e com  $k_h$  para o caso:  $\omega = 0^\circ$ ,  $i = 10^\circ$  e  $\delta/\Phi' = 1$ , e comparação com outros métodos.**

Para o caso  $\delta = \Phi'$  (Figura 5.15), verifica-se que para diferentes valores de  $k_h$  não há diferenças significativas dos valores dos  $K_{ay(s)}$  entre os resultados do presente trabalho e os métodos de M-O, Chen e Liu (1990) e Mylonakis et al. (2007), facto mais observável quando  $k_h$  compreende entre 0,1 e 0,3. Os resultados de Ghosh (2010) e Cheng (2003) seguem o mesmo tipo de considerações efetuadas para  $\delta/\Phi' < 1$ . Não foi possível, obter resultados dos  $K_{ay(s)}$  através da

metodologia numérica apresentada para os coeficientes de aceleração sísmica horizontal perto da crítica. Esta limitação não se verifica nos métodos de M-O e de Mylonakis et al. (2007). Para  $k_h$  nulo verificam-se ainda um ligeiro aumento da diferença entre os diferentes métodos dos  $K_{ay(s)}$ .

#### 5.2.2.2.2 Caso $i = 20^\circ$ e $\omega = 0^\circ$

Através da Figura 5.16 verifica-se que à medida que  $k_h$  aumenta, existe em geral, uma menor concordância entre os diferentes métodos. Entre os resultados dos métodos que fornecem valores da região superior (método de M-O, valores de Chen e Liu (1990) e presente trabalho), os obtidos através da metodologia apresentada são, consistentemente, os de melhor qualidade. A diferença

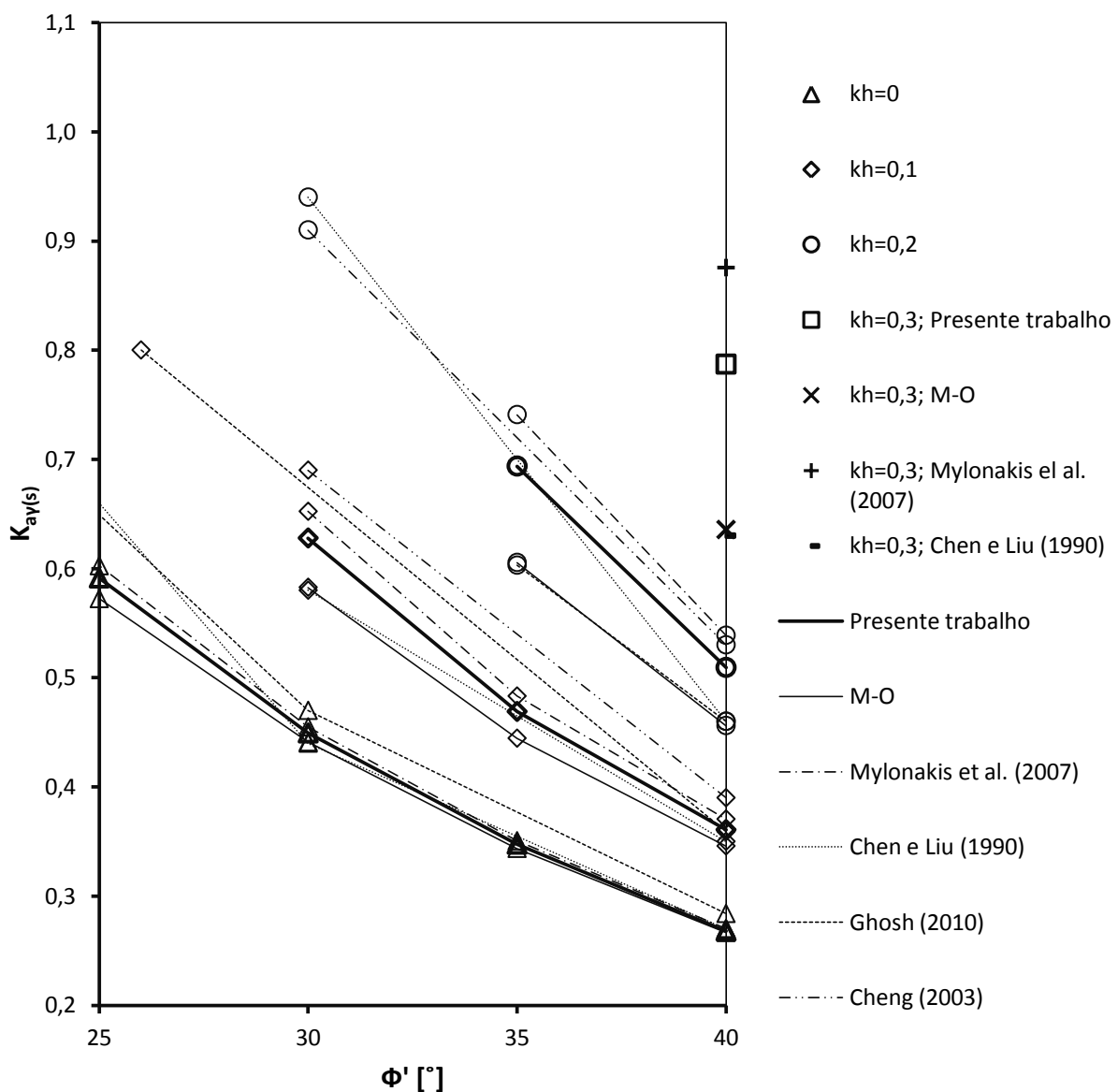


Figura 5.16 - Variação do  $K_{ay(s)}$  com  $\phi'$  e com  $k_h$  para o caso:  $\omega = 0^\circ$ ,  $i = 20^\circ$  e  $\delta/\phi' = 0$ , e comparação com outros métodos.

entre os melhores resultados da região superior (presente trabalho) e os da região inferior (Mylonakis et al. (2007)) aumenta com o aumento do  $k_h$ . Para os maiores valores de  $k_h$ , essa diferença é considerável. Constatase ainda que o método pseudo-dinâmico (Ghosh (2010)) assim como as soluções que têm por base o método das linhas características (Cheng (2003)) afastam-se dos resultados dos diferentes métodos para quaisquer  $k_h$ .

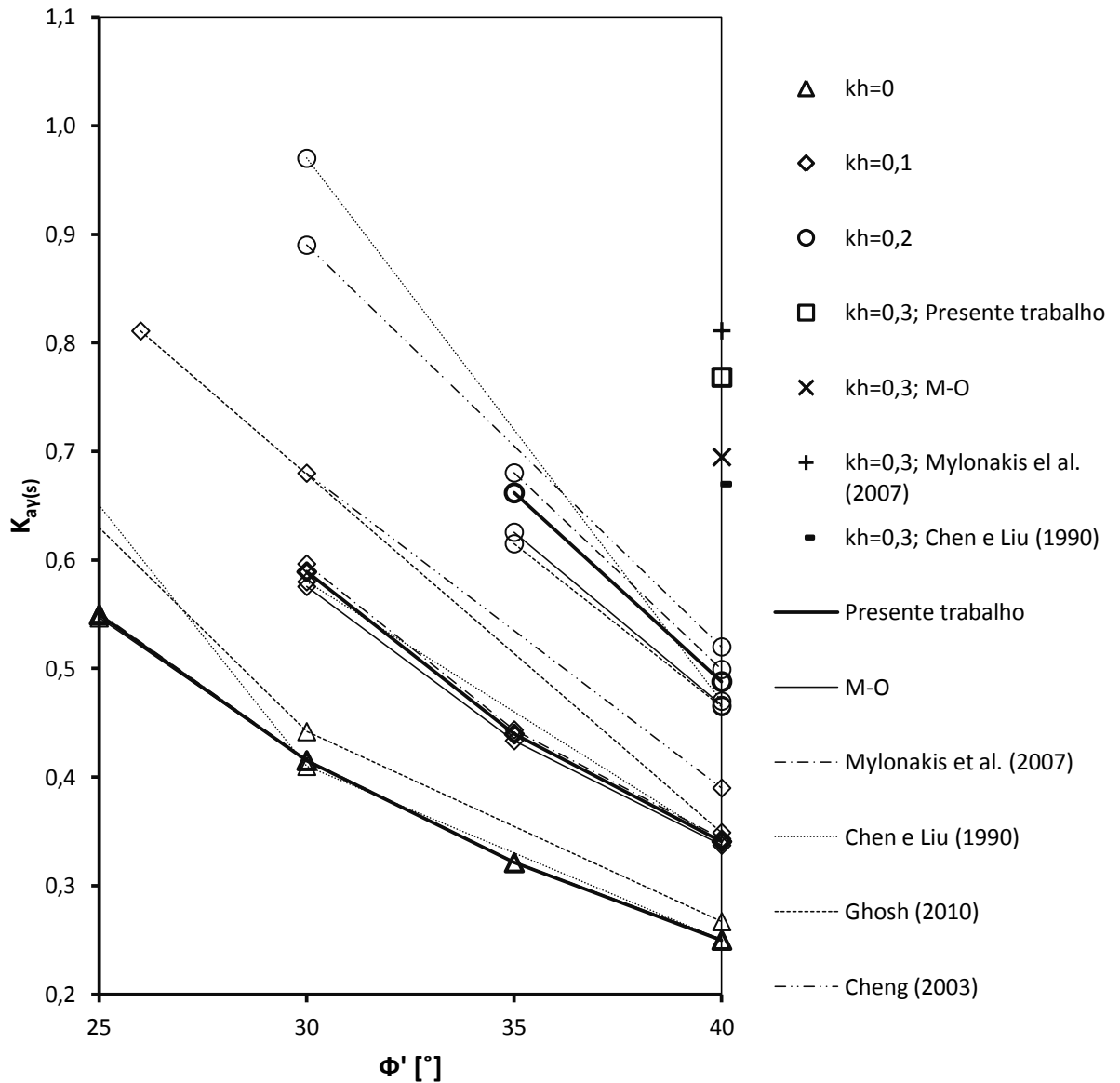


Figura 5.17 - Variação do  $K_{ay(s)}$  com  $\Phi'$  e com  $k_h$  para o caso:  $\omega = 0^\circ$ ,  $i = 20^\circ$  e  $\delta/\Phi' = 0,5$ , e comparação com outros métodos.

Comparando-se as Figuras 5.16 e 5.17 constata-se que à medida que se aumenta  $\delta$ , é menor a diferença dos valores dos  $K_{ay(s)}$  entre os distintos métodos. Nota-se igualmente que as soluções do presente trabalho são sempre maiores ou iguais às outras soluções da região superior assim como do método pseudo-dinâmico (apenas para  $k_h$  igual a 0,2) e menores ou iguais às aproximações do limite inferior assim como das soluções que têm por base o método das linhas características e os restantes valores de  $k_h$  do estudo de Ghosh (2010). Pode-se então verificar que a metodologia apresentada é a solução do limite superior que mais se aproxima de uma estimacão do limite inferior, sendo por isso a mais próxima da exata.

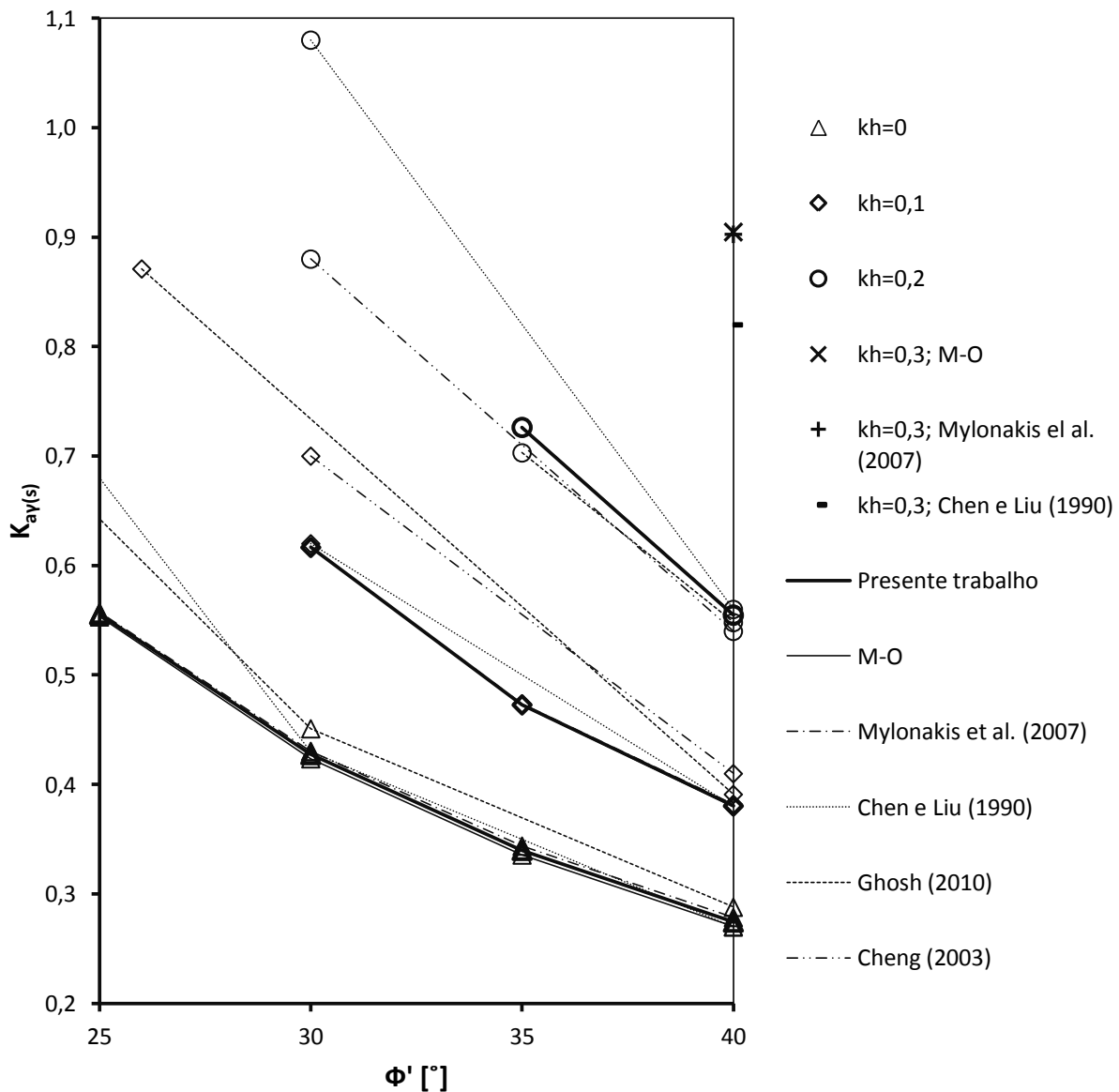


Figura 5.18 - Variação do  $K_{ay(s)}$  com  $\phi'$  e com  $k_h$  para o caso:  $\omega = 0^\circ$ ,  $i = 20^\circ$  e  $\delta/\phi' = 1$ , e comparação com outros métodos.



Para o caso  $\delta = \phi'$  (Figura 5.18), verifica-se que para diferentes valores de  $k_h$  não há diferenças significativas dos valores dos  $K_{ay(s)}$  entre os resultados do presente trabalho e os métodos de M-O, Chen e Liu (1990) e Mylonakis et al. (2007), facto mais observável quando  $k_h$  é igual a 0,1 e 0,2. Os resultados de Ghosh (2010) e Cheng (2003) (salvo exceção para  $k_h = 0,2$ , que os seus resultados estão por baixo das soluções do presente trabalho) seguem o mesmo tipo de considerações efetuadas para  $\delta/\phi' < 1$ .

Não foi possível obter resultados dos  $K_{ay(s)}$  através da metodologia numérica apresentada para os coeficientes de aceleração sísmica horizontal perto da crítica. Esta limitação não se verifica nos métodos de M-O e de Mylonakis et al. (2007). Para  $k_h$  nulo verificam-se ainda um ligeiro aumento da diferença entre os diferentes métodos dos  $K_{ay(s)}$ .

### 5.2.2.3 Situação de superfície horizontal com paramento inclinado

Nas Figuras 5.19 e 5.20 apresenta-se, para métodos distintos, a evolução do coeficiente de impulso ativo estático e sísmico devido ao peso volúmico  $K_{ay(s)}$  em função do ângulo de resistência ao corte do solo,  $\phi'$ , dos coeficientes de aceleração sísmica horizontal,  $k_h$ , e para valores do ângulo de atrito solo-estrutura  $\delta$  iguais a 0 e  $0,5\phi'$ , para o caso  $\omega = 30^\circ$  e  $i = 0^\circ$ .

Através da Figura 5.19 verifica-se que à medida que  $k_h$  aumenta, existe em geral, uma menor concordância entre os diferentes métodos. Entre os resultados dos métodos que fornecem valores da região superior (método de M-O, valores de Chen e Liu (1990) e presente trabalho), os obtidos através da metodologia apresentada são, consistentemente, os de melhor qualidade. A diferença entre os melhores resultados da região superior (presente trabalho) e os da região inferior (Mylonakis et al. (2007)) aumenta com o aumento do  $k_h$ . Para os maiores valores de  $k_h$ , apesar destes representarem situações pouco realistas, essa diferença é considerável. Consta-se ainda que o método pseudo-dinâmico fornece valores próximos dos outros métodos para  $k_h = 0$ , no entanto para o  $k_h \geq 0$ , os resultados de Ghosh (2010) afastam-se dos resultados dos diferentes métodos.

Comparando-se as Figuras 5.19 e 5.20 constata-se que à medida que se aumenta  $\delta$ , é menor a diferença dos valores dos  $K_{ay(s)}$  entre os distintos métodos. Nota-se igualmente que as soluções do presente trabalho são sempre maiores ou iguais às outras soluções da região superior assim como as do método pseudo-dinâmico e menores ou iguais às aproximações do limite inferior, sendo-se visível para quaisquer valores de  $k_h$ . Pode-se então dizer, que a metodologia apresentada é a solução do limite superior que mais se acerca de uma aproximação do limite inferior, sendo por isso a mais próxima da exata.

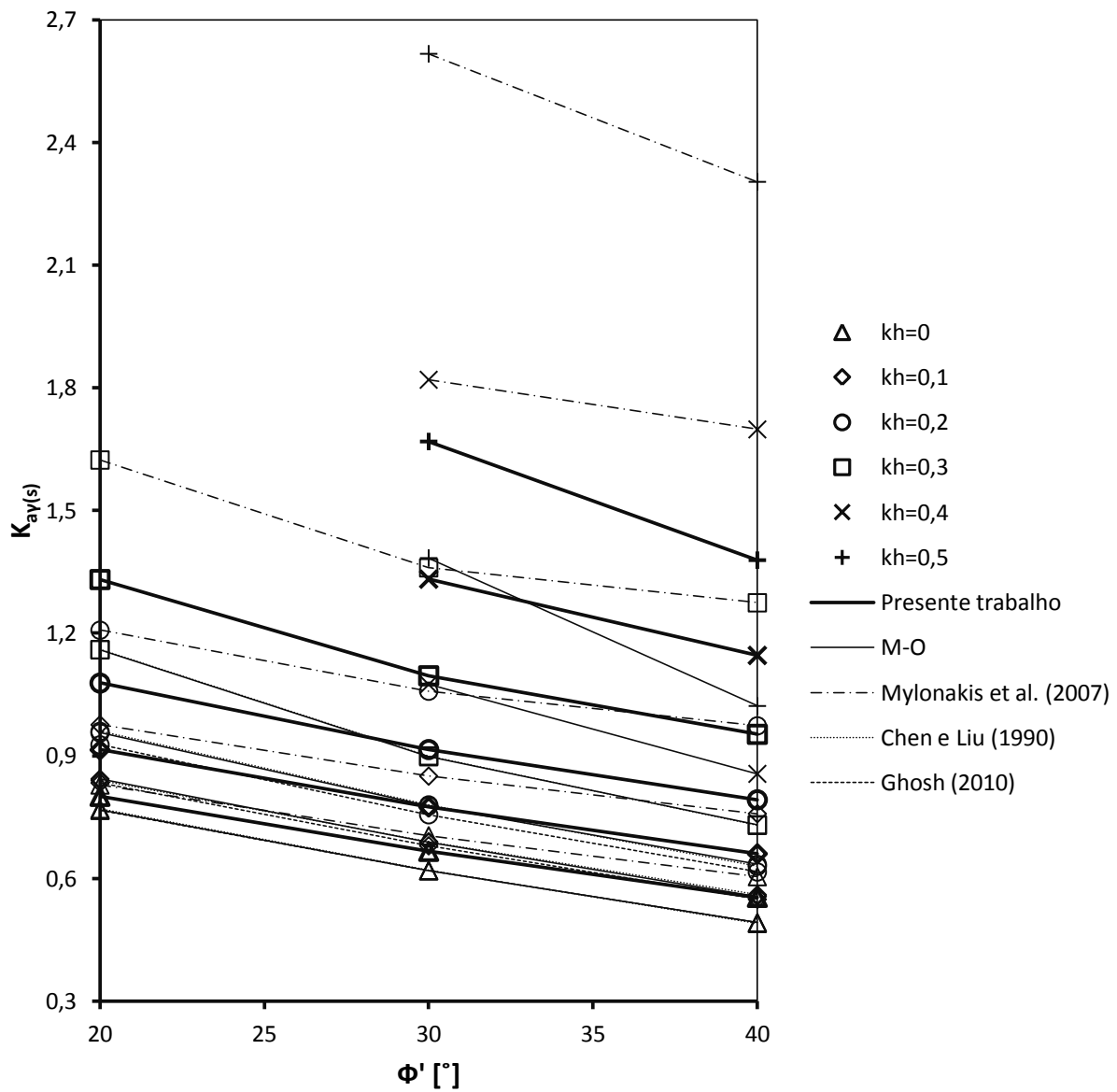


Figura 5.19 - Variação do  $K_{ay(s)}$  com  $\Phi'$  e com  $kh$  para o caso:  $\omega = 30^\circ$ ,  $i = 0^\circ$  e  $\delta/\Phi' = 0$ , e comparação com outros métodos.

Para o caso  $\delta = \Phi'$ , não foi possível obter resultados dos coeficientes de impulso ativos sísmicos devido ao peso do solo através da metodologia numérica apresentada, para quaisquer níveis de aceleração sísmica horizontal.

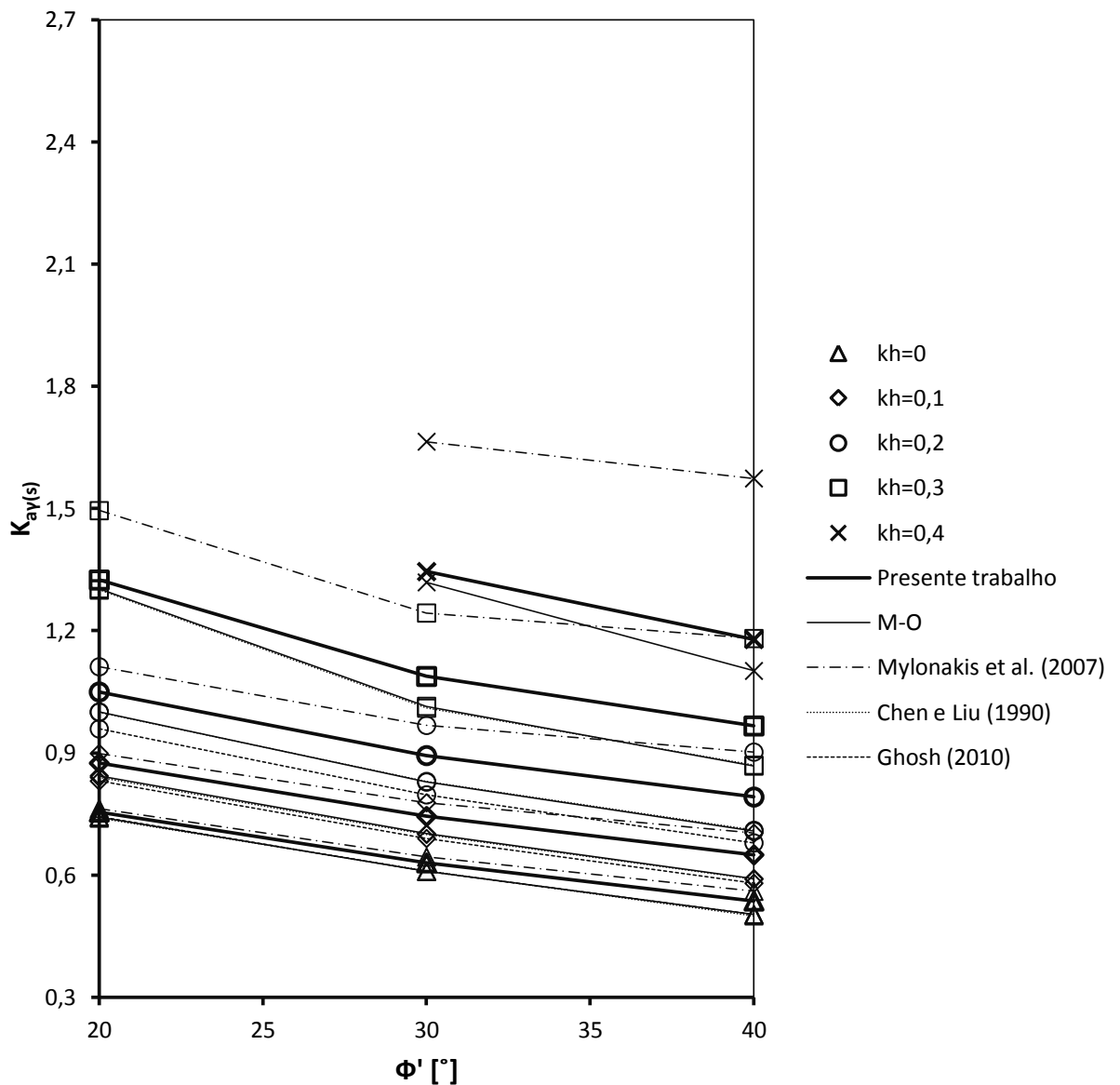


Figura 5.20 - Variação do  $K_{ay(s)}$  com  $\Phi'$  e com  $kh$  para o caso:  $\omega = 30^\circ$ ,  $i = 0^\circ$  e  $\delta/\Phi' = 0,5$ , e comparação com outros métodos.

#### 5.2.2.4 Efeito da inclinação da superfície do terreno

Nas Figuras 5.21, 5.22 e 5.23 apresenta-se, para diversos métodos, a evolução dos coeficientes de impulso ativos estáticos e sísmicos devido ao peso volúmico  $K_{ay(s)}$  em função da inclinação da superfície do terreno com a horizontal,  $i$ , dos coeficientes de aceleração sísmica horizontal,  $k_h$ , e para valores de  $\Phi' = 40^\circ$  e ângulo de atrito solo-estrutura  $\delta$  iguais a 0;  $0,5\Phi'$  e  $\Phi'$ .

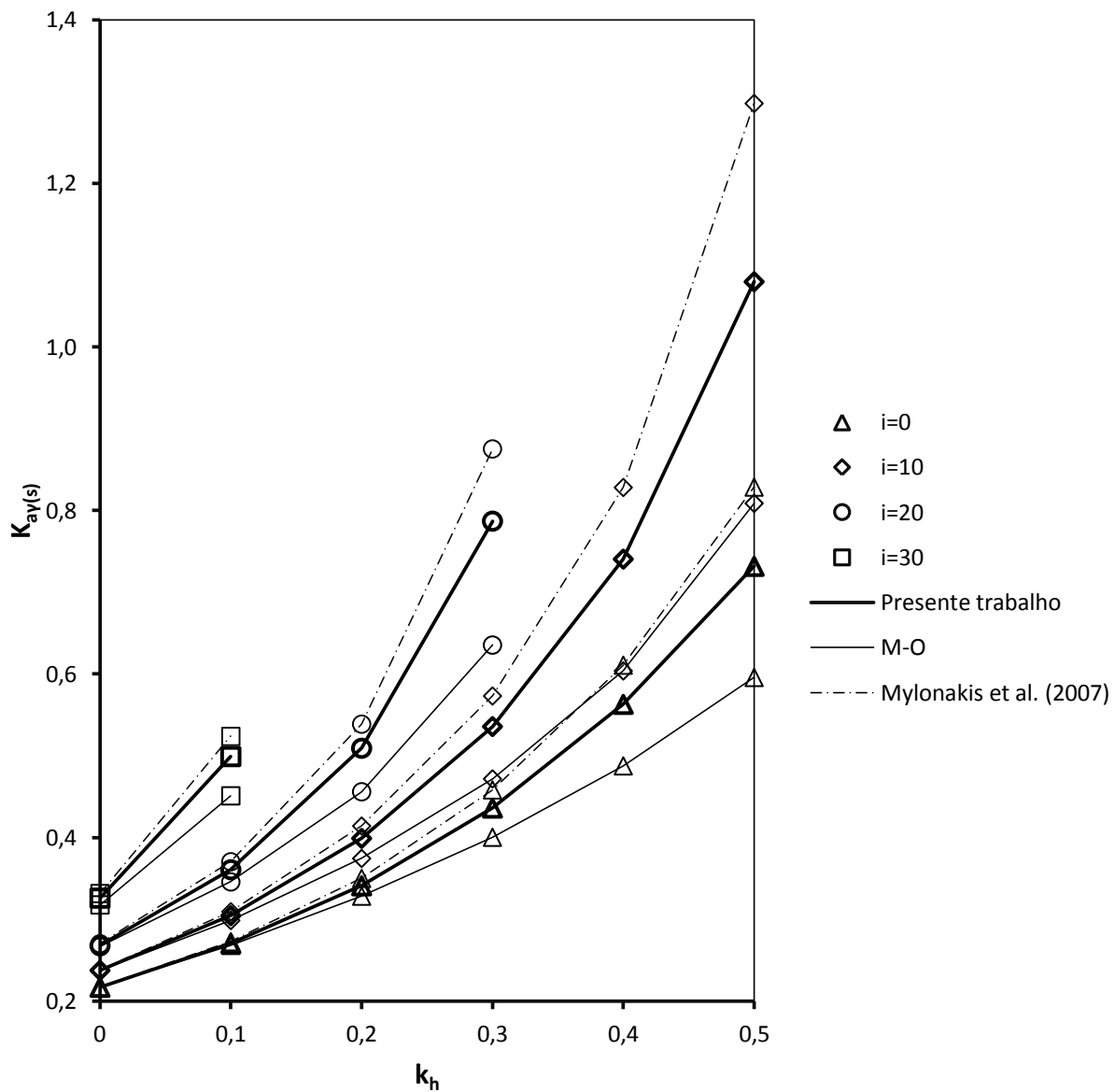
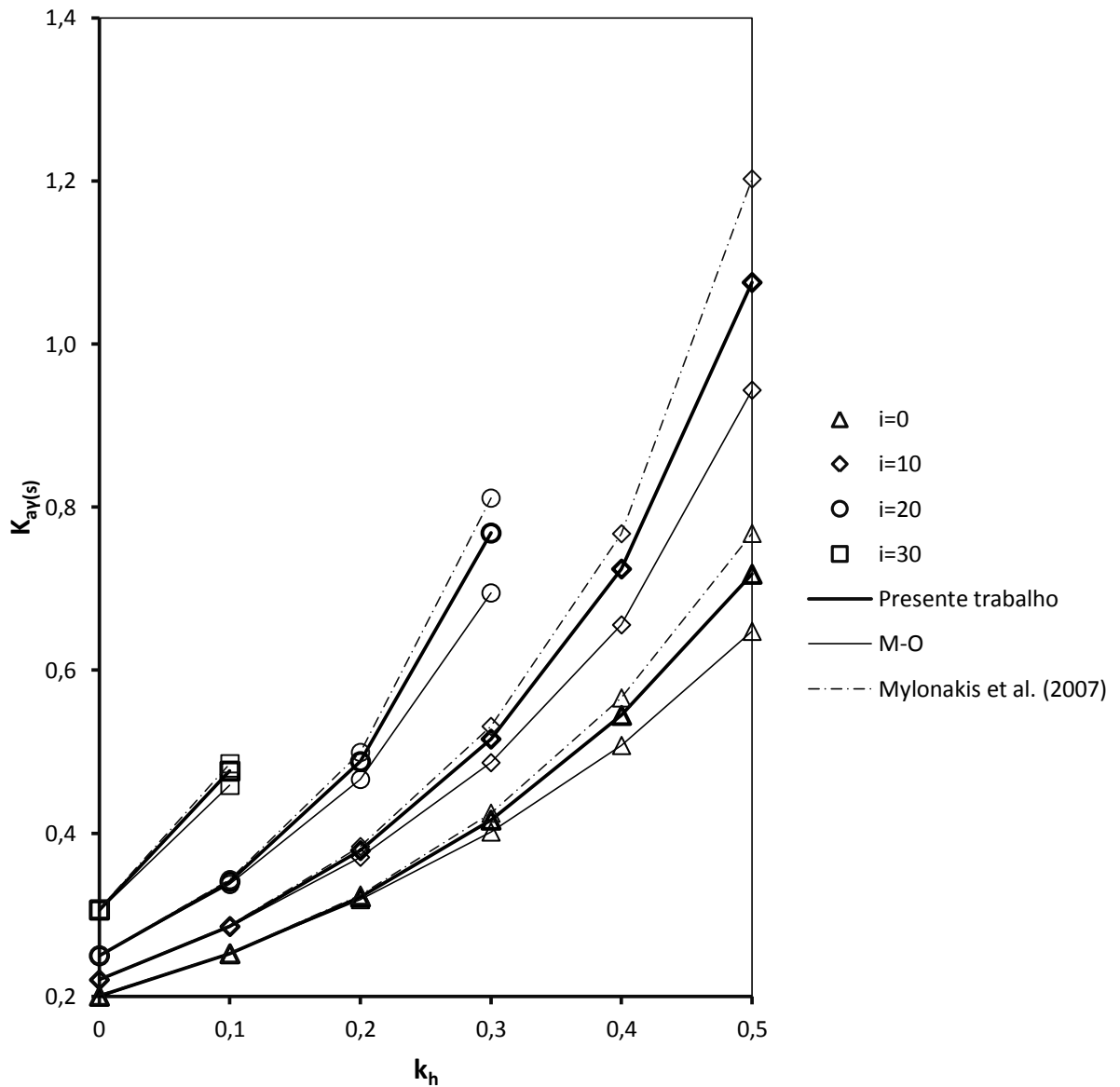


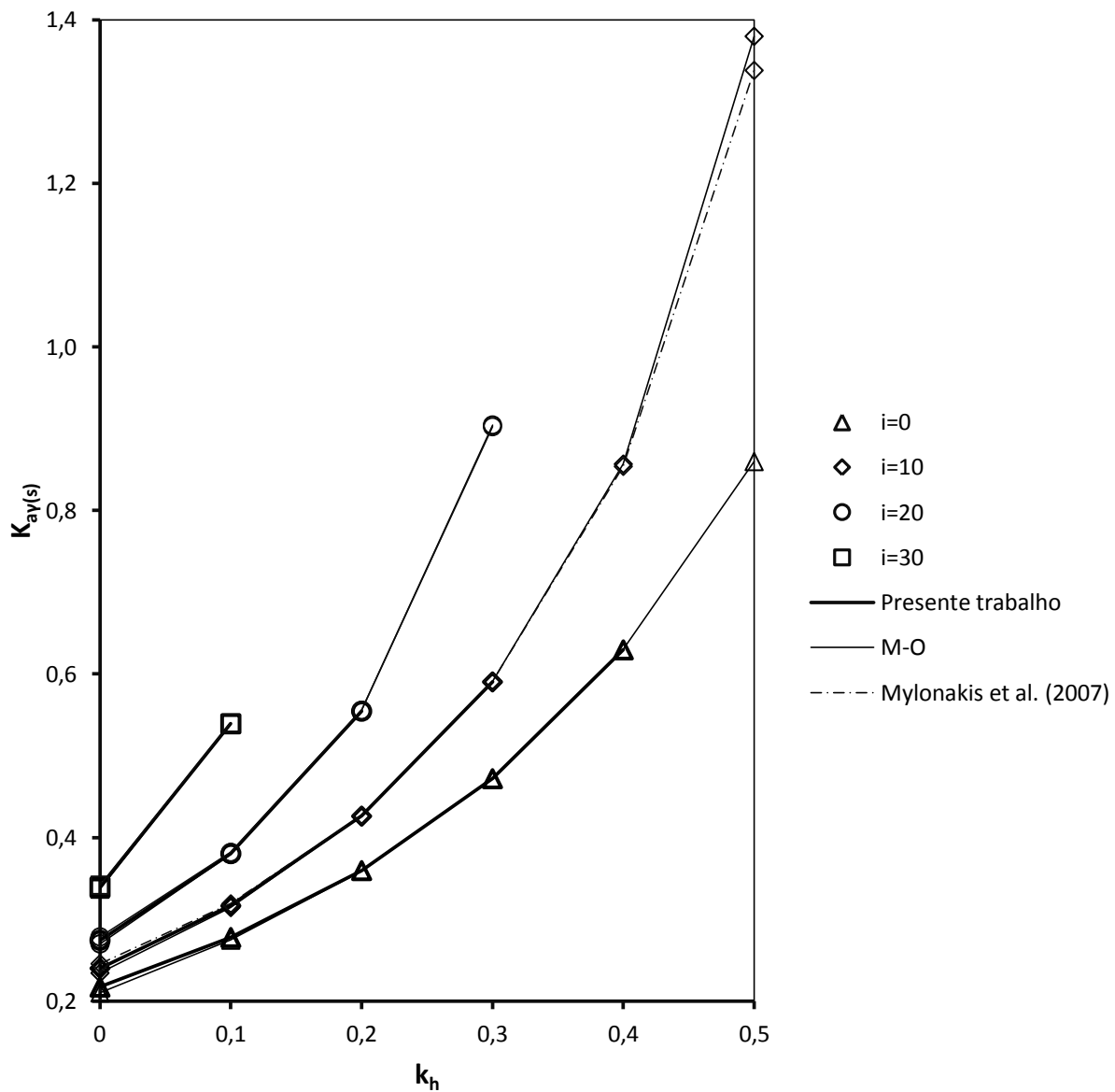
Figura 5.21 - Variação do  $K_{ay}(s)$  com  $i$  e com  $k_h$  para o caso:  $\phi' = 40^\circ$ ,  $\omega = 0^\circ$  e  $\delta/\phi' = 0$ , e comparação com outros métodos.

Através da Figura 5.21 verifica-se que à medida que  $k_h$  aumenta, existe em geral, uma menor concordância entre os diferentes métodos. Entre os resultados dos métodos que fornecem valores da região superior (método de M-O, valores de Chen e Liu (1990) e presente trabalho), os obtidos através da metodologia apresentada são, consistentemente, os de melhor qualidade. A diferença entre os melhores resultados da região superior (presente trabalho) e os da região inferior (Mylonakis et al. (2007)) aumenta com o aumento do  $k_h$ . Para os maiores valores de  $k_h$ , apesar destes representarem situações pouco realistas, essa diferença é considerável. Isto é mais visível principalmente quando,  $k_h$  é maior e igual a 0,3, 0,2, 0,1 e 0 correspondentes respectivamente às inclinações  $i$  igual a  $0^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $20^\circ$  e  $30^\circ$ .



**Figura 5.22 - Variação do  $K_{av}(s)$  com  $i$  e com  $k_h$  para o caso:  $\phi' = 40^\circ$ ,  $\omega = 0^\circ$  e  $\delta/\phi' = 0,5$ , e comparação com outros métodos.**

Comparando-se as Figuras 5.21 e 5.22 constata-se que à medida que se aumenta  $\delta$ , é menor a diferença dos valores dos  $K_{av}(s)$  entre os distintos métodos para quaisquer inclinações da superfície do terreno  $i$ . Como esperado, as soluções do presente trabalho são sempre maiores ou iguais às outras soluções da região superior e menores ou iguais às aproximações do limite inferior, sendo mais visível sobretudo quando  $k_h$  é maior e igual a 0,4, 0,3, 0,2 e 0,1 correspondentes respectivamente às inclinações  $i$  igual a  $0^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $20^\circ$  e  $30^\circ$ . Pode-se então afirmar que o presente trabalho é a solução do limite superior que mais se avizinha de uma aproximação do limite inferior (Mylonakis et al. (2007)), sendo por isso a mais próxima da exata.



**Figura 5.23 - Variação do  $K_{ay(s)}$  com  $i$  e com  $k_h$  para o caso:  $\phi' = 40^\circ$ ,  $\omega = 0^\circ$  e  $\delta/\phi' = 1$ , e comparação com outros métodos.**

Para o caso  $\delta = \phi'$  (Figura 5.23), verifica-se que para diferentes valores de  $k_h$  não há diferenças significativas dos valores dos  $K_{ay(s)}$  entre os resultados do presente trabalho e os métodos de M-O, Chen e Liu (1990) e Mylonakis et al. (2007), para quaisquer inclinações da superfície do terreno  $i$ , facto observável para quaisquer valores de  $k_h$ . Não foi possível obter resultados dos coeficientes de impulso ativos sísmicos devido ao peso volúmico através da metodologia numérica apresentada para coeficientes de aceleração sísmica horizontal perto da crítica. Esta limitação não se verifica nos métodos de M-O e de Mylonakis et al. (2007). Para  $k_h$  nulo verificam-se ainda um ligeiro aumento da diferença entre os diferentes métodos dos  $K_{ay(s)}$ .

### 5.2.2.5 Efeito da inclinação do paramento

Nas Figuras 5.24 e 5.25 apresenta-se, por métodos diferentes, a evolução dos coeficientes de impulso ativos estáticos e sísmicos devido ao peso volúmico  $K_{ay(s)}$  em função da inclinação do paramento com a vertical,  $\omega$ , dos coeficientes de aceleração sísmica horizontal,  $k_h$ , e para valores de  $\phi' = 40^\circ$  e ângulo de atrito solo-estrutura  $\delta$  iguais a 0 e  $0,5\phi'$ .

Através da Figura 5.24 verifica-se que à medida que  $k_h$  aumenta, existe em geral, uma menor concordância entre os diferentes métodos. Entre os resultados dos métodos que fornecem valores da região superior (método de M-O, valores de Chen e Liu (1990) e presente trabalho), os obtidos através da metodologia apresentada são, consistentemente, os de melhor qualidade. A diferença entre os melhores resultados da região superior (presente trabalho) e os da região inferior (Mylonakis et al. (2007)) aumenta com o aumento do  $k_h$ . Para os maiores valores de  $k_h$ , apesar destes representarem situações pouco realistas, essa diferença é considerável. Esta ocorrência é mais notória principalmente quando,  $k_h$  é maior ou igual a 0,2 e 0 correspondentes respetivamente às inclinações  $\omega$  igual a  $0^\circ$  e  $30^\circ$ .

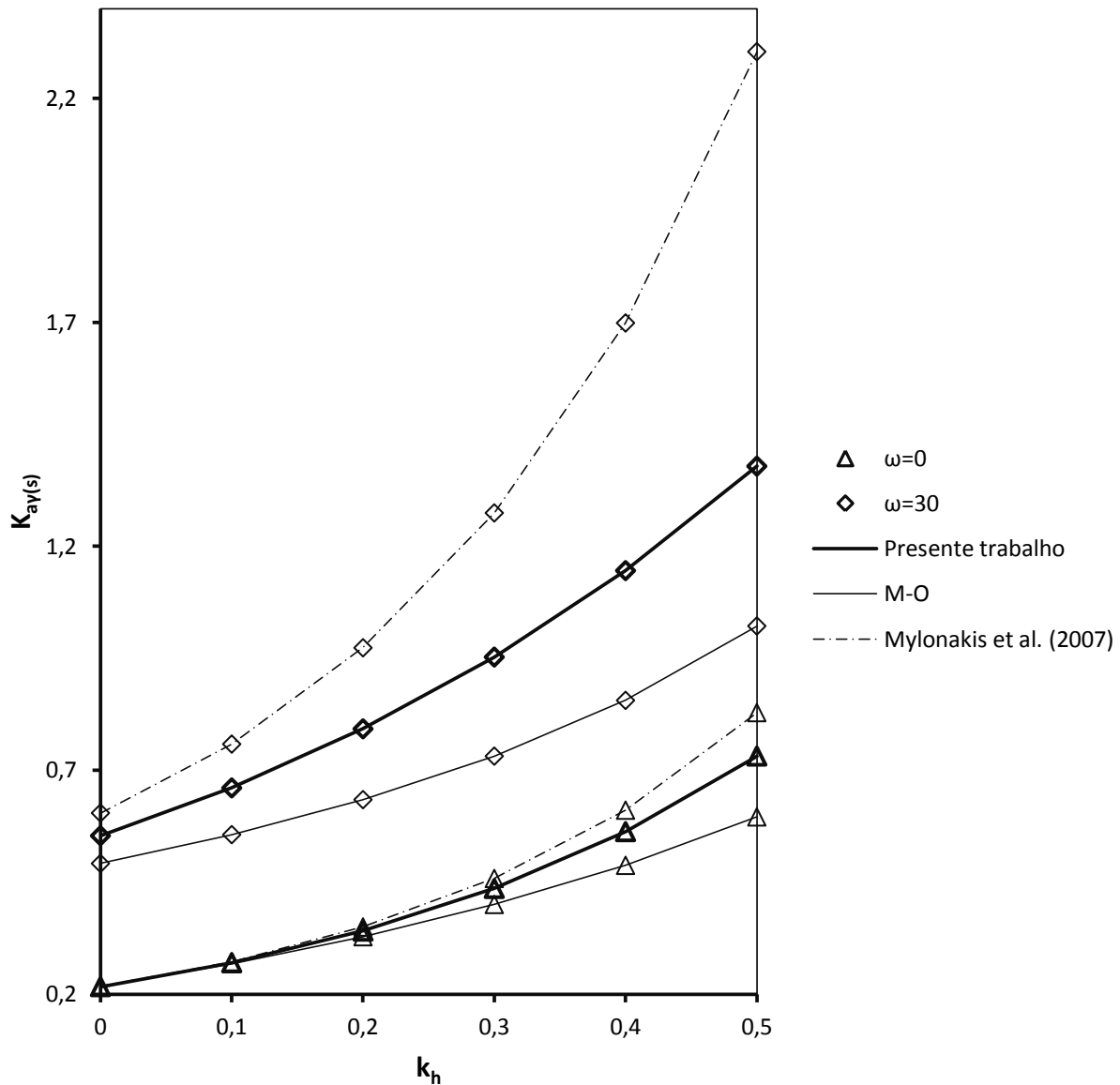
Comparando-se as Figuras 5.24 e 5.25 constata-se que à medida que se aumenta  $\delta$ , é menor a diferença dos valores dos  $K_{ay(s)}$  entre os distintos métodos, para quaisquer inclinações do paramento  $\omega$ . Como esperado, as soluções do presente trabalho são sempre maiores ou iguais às outras soluções da região superior e menores ou iguais às aproximações do limite inferior, sendo mais visível sobretudo quando  $k_h$  é maior ou igual a 0,4 e 0,1 correspondentes respetivamente às inclinações  $\omega$  igual a  $0^\circ$  e  $30^\circ$ . Podemos dizer então que, a metodologia utilizada é a única solução do limite superior que está mais perto de uma aproximação do limite inferior, sendo por isso a mais próxima da exata.

Como referido anteriormente, para o caso  $\delta = \phi'$ , não foi possível obter resultados dos coeficientes de impulso ativos sísmicos devido ao peso do solo através da metodologia numérica apresentada, para quaisquer níveis de aceleração sísmica horizontal.

Em forma de conclusão, pode-se resumir as principais ilações daquilo que se observou:

- Os resultados da proposta do presente trabalho estão em boa concordância com os resultados dos métodos de M-O, Chen e Liu (1990) e Mylonakis et al. (2007), ao longo de uma vasta gama de parâmetros (geometrias, características dos materiais, coeficientes de aceleração sísmica horizontal, etc...);
- A solução proposta não é tão conservadora como a solução do limite inferior de Mylonakis et al. (2007) e está mais do lado da segurança que as soluções do limite superior de Monobe-Okabe e de Chen e Liu (1990). Em geral, os valores obtidos no presente trabalho,

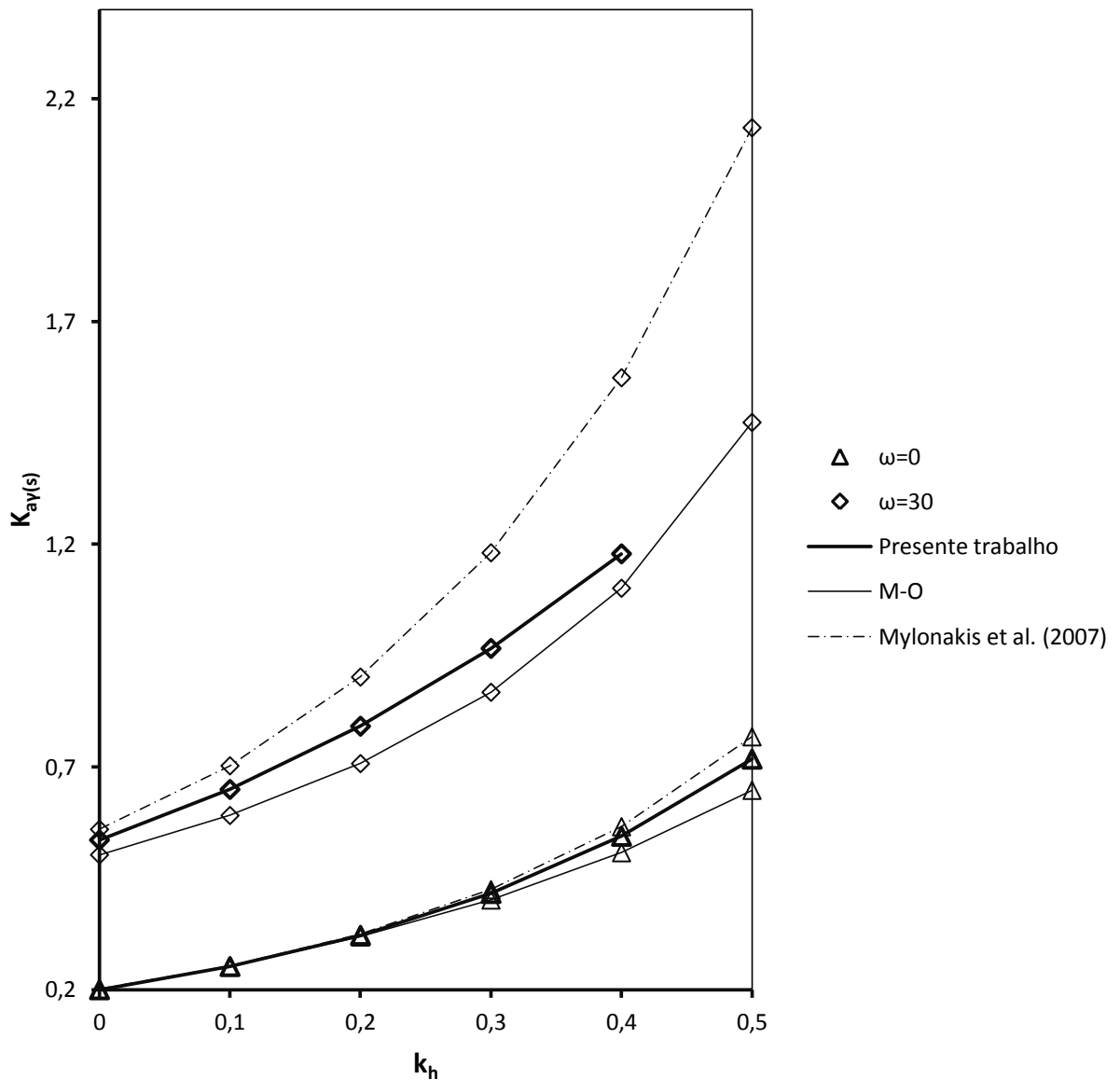
estando mais próximo das soluções obtidas através do TRI, estão mais perto da solução exata;



**Figura 5.24 - Variação do  $K_{ay}(s)$  com  $\omega$  e com  $k_h$  para o caso:  $\phi' = 40^\circ$ ,  $i = 0^\circ$  e  $\delta/\phi' = 0$ , e comparação com outros métodos.**

- Esta tendência é mais observável para: valores mais altos de coeficientes de aceleração sísmica horizontal ( $k_h \geq 0,2$ ); ângulos de atrito solo-estrutura nulos ( $\delta = 0$ ); maiores inclinações da superfície do terreno com a horizontal ( $i \geq 10^\circ$ ), e principalmente para inclinações do paramento com a vertical algo elevadas ( $\omega = 30^\circ$ ). Por outro lado, este efeito fica menos claro perante condições opostas;





**Figura 5.25 - Variação do  $K_{av}(s)$  com  $\omega$  e com  $k_h$  para o caso:  $\phi' = 40^\circ$ ,  $i = 0^\circ$  e  $\delta/\phi' = 0,5$ , e comparação com outros métodos.**

- Com a exceção de alguns casos mais extremos (inclinações da superfície do solo com a horizontal e paramento com a vertical mais elevados), as soluções do presente trabalho, assim como as de Ghosh (2010) e Cheng (2003) são próximas ao longo da maioria da gama dos parâmetros analisados, e
- Geralmente a solução pseudo-dinâmica torna-se menos conservadora enquanto que as soluções que têm por base o método das linhas características estão mais do lado da segurança, em relação à metodologia numérica apresentada e aos métodos de M-O, Chen e Liu (1990) e Mylonakis et al. (2007).

### 5.2.2.6 Impulsos de terras sísmicas devidos à sobrecarga

No decorrer desta dissertação tentou-se obter coeficientes de impulso ativos sísmicos devido a uma sobrecarga à superfície do terreno  $K_{aqS}$ . Dessas tentativas, nunca se conseguiram obter resultados credíveis para as cargas de colapso. Embora esses valores não pudessem ter sido calculados de forma direta através da metodologia numérica apresentada, é possível calcular de forma indireta bastando-se aplicar a Equação 5.7, proposta por Mylonakis et al. (2007) quer para a circunstância estática assim como para a sísmica.

## 5.2.3 Comparação com estudos experimentais

### 5.2.3.1 Modelos a $g = 0$ : mesa vibratória

Ichihara e Matsuzawa (1973) e Ishibashi e Fang (1987) concluíram nos seus estudos que, em geral, o método de Mononobe - Okabe pode prever razoavelmente o impulso ativo devido ao sismo, apesar do seu ponto de aplicação se situar acima do determinado por uma assunção de distribuição hidrostática das pressões, o que poderá conduzir a uma subavaliação do momento derrubante da estrutura de suporte devido aos impulsos.

Apresenta-se nas Figuras 5.26 e 5.27 a comparação entre os valores dos coeficientes de impulso ativos sísmicos horizontais ( $K_{ay(s)h}$ ) durante a força de inércia máxima (força que atua na direção do muro) em função dos coeficientes de aceleração sísmica horizontal  $k_h$ , calculados usando as metodologias do presente trabalho e de Mylonakis et al. (2007), e os valores experimentais de Ichihara e Matsuzawa (1973) e de Ishibashi e Fang (1987) respetivamente.

Através das Figuras 5.26 e 5.27, constata-se que os resultados do presente trabalho preveem a tendência experimental (tanto qualitativamente como quantitativamente), com credibilidade razoável para valores inferiores a 0,4 dos coeficientes de aceleração sísmica horizontal. No caso de valores de  $k_h \geq 0,4$ , os resultados dos estudos em mesas vibratórias para os coeficientes de impulso ativos sísmicos horizontais são sobrestimados pelos resultados dos cálculos efetuados. Por outro lado e como já era esperado, a metodologia apresentada (TRS) fornece valores iguais ou menores que a solução do limite inferior (Mylonakis et al. 2007), sendo assim a solução mais próxima dos estudos experimentais.

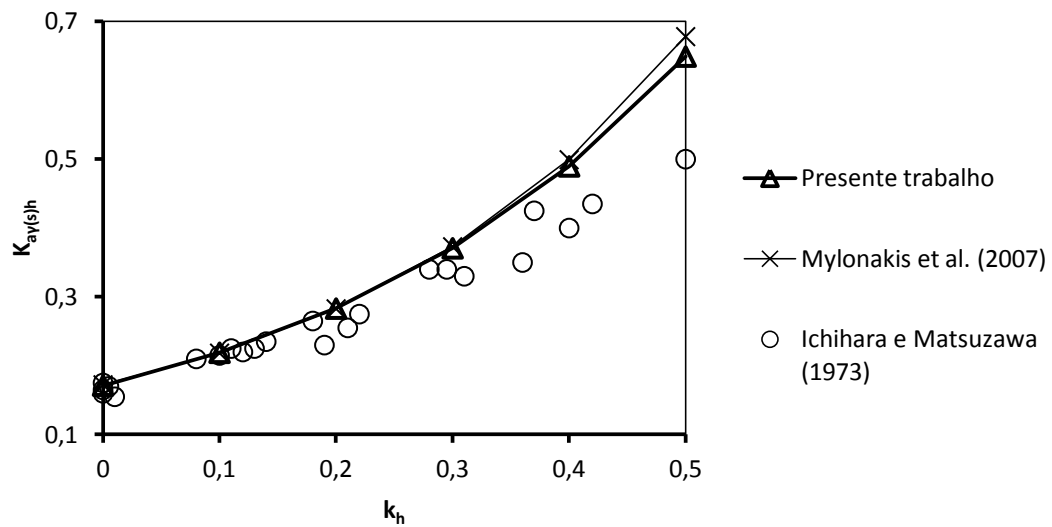


Figura 5.26 - Variação do  $K_{ay(s)h}$  com  $k_h$  para o caso:  $k_v = 0$ ,  $\phi' = 42^\circ$ ,  $\omega = 0^\circ$ ,  $i = 0^\circ$  e  $\delta/\phi' = 0,5$ , e comparação com outros métodos.

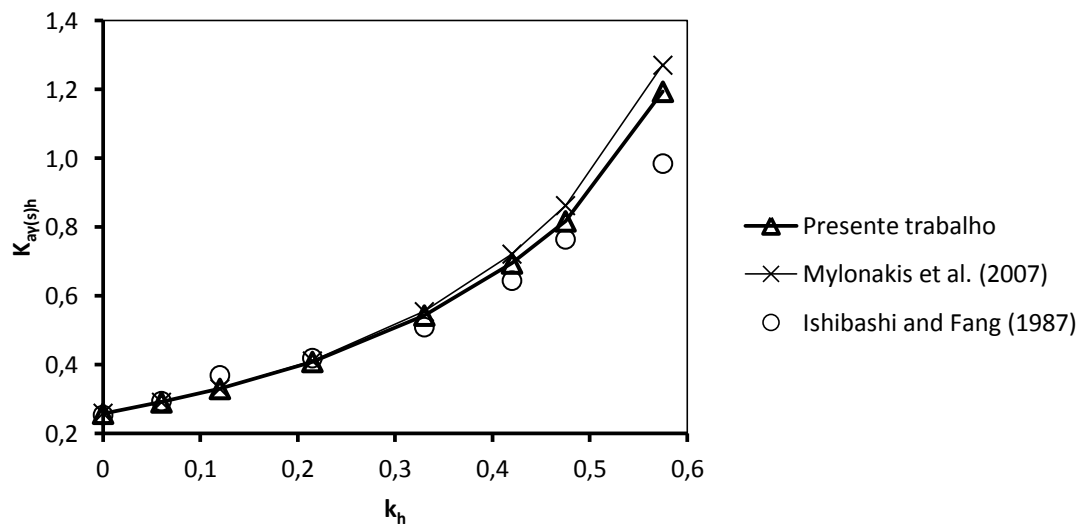
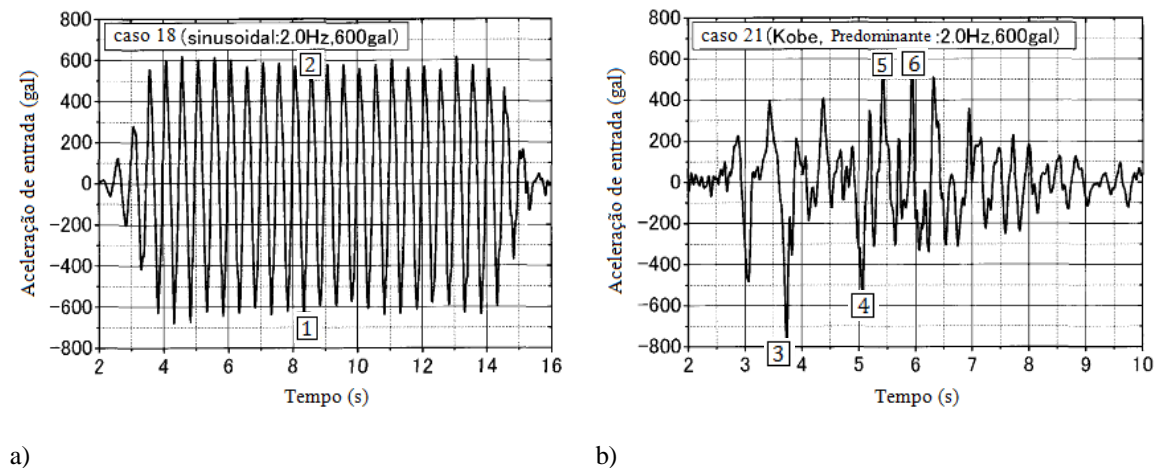


Figura 5.27 - Variação do  $K_{ay(s)h}$  com  $k_h$  para o caso:  $k_v = 0$ ,  $\phi' = 32,9^\circ$ ,  $\omega = 0^\circ$ ,  $i = 0^\circ$  e  $\delta/\phi' = 0,5$ , e comparação com outros métodos.

### 5.2.3.2 Modelos a $g > 0$ : centrífugadora

Em cada teste realizado por Nakamura (2006) foi produzida uma agitação horizontal de 600 gal (que equivale a  $6 \text{ m/s}^2$ ) após a aplicação de uma aceleração centrífuga de 30g. Num desses testes (caso 18), foi aplicado uma onda sinusoidal de 20 ciclos. Por sua vez, o movimento introduzido no caso 21 foi o correspondente ao do terremoto Hyogo-ken Nambu, registrado no Observatório Marítimo de Kobe em 1995.

A Figura 5.28a) mostra a evolução no tempo de uma excitação sinusoidal (caso 18), enquanto que a Figura 5.28b) apresenta a evolução no tempo de um movimento sísmico real (caso 21). A frequência predominante do movimento sísmico real é a mesma que a da agitação sinusoidal (2 Hz).

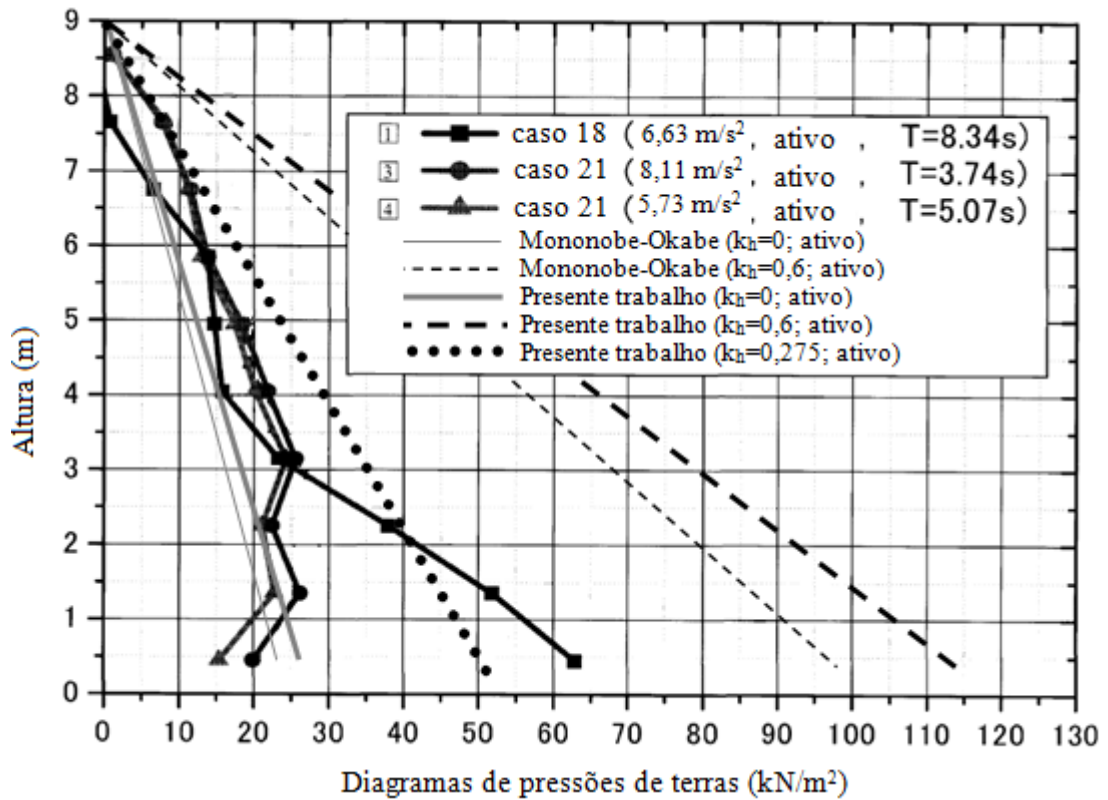


**Figura 5.28 - Aceleração de entrada: a) Caso 18, sinusoidal 2 Hz; b) Caso 21, movimento de Kobe 2 Hz (adaptado de Nakamura (2006)).**

A Figura 5.29 ilustra as distribuições de pressões de terras em três instantes (1, 3 e 4) indicados na Figura 5.28 do estudo de Nakamura (2006), quando a aceleração de entrada ( $6 \text{ m/s}^2$ ) atinge os seus máximos locais. Nessa mesma figura (5.29) são também apresentados, os diagramas de pressões de terras triangulares oriundos do método de M-O assim como a do presente trabalho, para os casos estáticos ( $k_h = 0$ ) e para os casos dinâmicos ( $k_h = 0,6$ ), estes de forma a simular o efeito sísmico de uma agitação horizontal de  $6 \text{ m/s}^2$ . No caso do método de M-O admitiu-se que a resultante do impulso de contribuição devido a aceleração horizontal, tinha também o ponto de aplicação a um terço da base da altura da estrutura de suporte.

É corrente assumir-se um aumento linear do coeficiente de aceleração sísmica horizontal  $k_h$  com o aumento da aceleração máxima do solo ( $\alpha_{\max}$ ), especificando-a como uma fração da gravidade. No entanto, alguns autores defendem que para movimentos sísmicos intensos, esses coeficientes de aceleração sísmica aumentam rapidamente.

Por isso, é assim necessário incorporar fatores de correção no valor dos  $k_h$  para efeitos sísmicos maiores.



**Figura 5.29 - Distribuições de pressões de terras e comparação com outros métodos de variados  $k_h$  para o caso:  $k_v = 0$ ,  $\phi' = 42^\circ$ ,  $\omega = 0^\circ$ ,  $i = 0^\circ$  e  $\delta/\phi' = 0,53$  (adaptado de Nakamura (2006)).**

Noda et al. (1975) com base em 129 casos de muros-cais danificados e não danificados, de 12 sismos diferentes, descobriram que tal suposição linear sobrestimava os valores dos  $k_h$ , especialmente para níveis de aceleração superiores a  $0,2g$ . A fim de corrigir esta opção conservativa, foram propostas as seguintes equações:

$$\tan \theta = k_h = \frac{\alpha_{\max}}{g}; \alpha_{\max} < 0,2g \quad (5.19)$$

$$\tan \theta = k_h = \frac{1}{3} \left( \frac{\alpha_{\max}}{g} \right)^{\frac{1}{3}}; \alpha_{\max} \geq 0,2g \quad (5.20)$$

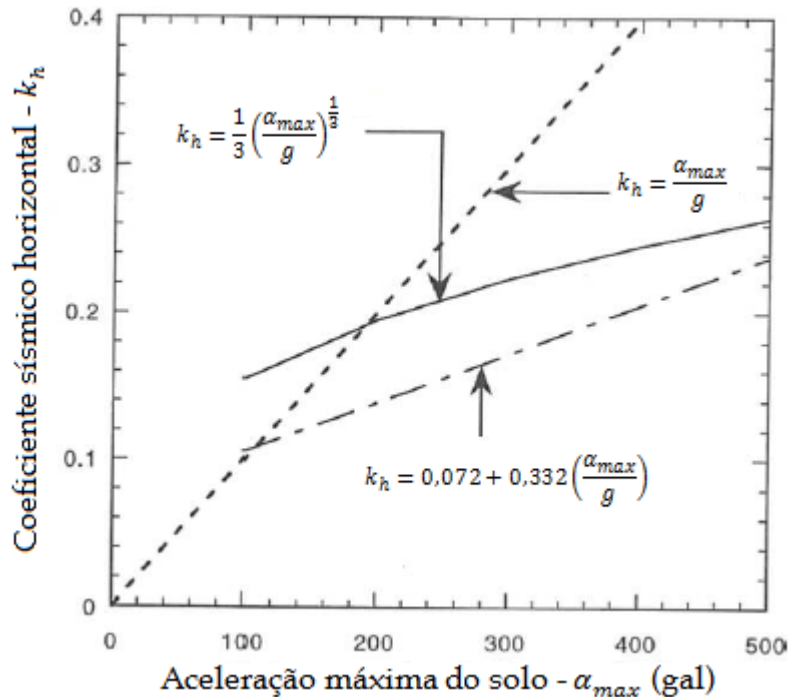
onde  $g$  é a aceleração da gravidade e  $\theta$  é o valor definido em 5.1.1 assim como na Equação 5.8.

Por outro lado Matsuo e Itabashi (1984), partindo de dados da aceleração máxima do solo em sismos reais, propuseram a seguinte expressão:

$$\tan \theta = k_h = 0,072 + 0,332 \frac{\alpha_{\max}}{g} \quad (5.21)$$

Na Figura 5.30 comparam-se as hipóteses do presente trabalho e do método de M-O em conjunto com as expressões destes autores. Através da referida figura verifica-se que, nas equa-

ções resultantes do estudo de Noda et al (1975), há uma diminuição dos  $k_h$  para valores de aceleração superiores a  $2 \text{ m/s}^2$ . Por sua vez, a expressão proposta por Matsuo e Itabashi (1984), gera uma tendência de diminuição dos mesmos para valores de aceleração superiores a  $1 \text{ m/s}^2$ . Neste trabalho, a equação proposta por Matsuo e Itabashi (1984) foi a adotada, tendo-se obtido um valor de 0,275 para o coeficiente de aceleração sísmico horizontal (na Figura 5.29 comprova-se que há uma aproximação da distribuição da pressão de terras do presente trabalho aos diagramas de pressões de terras de Nakamura (2006)).



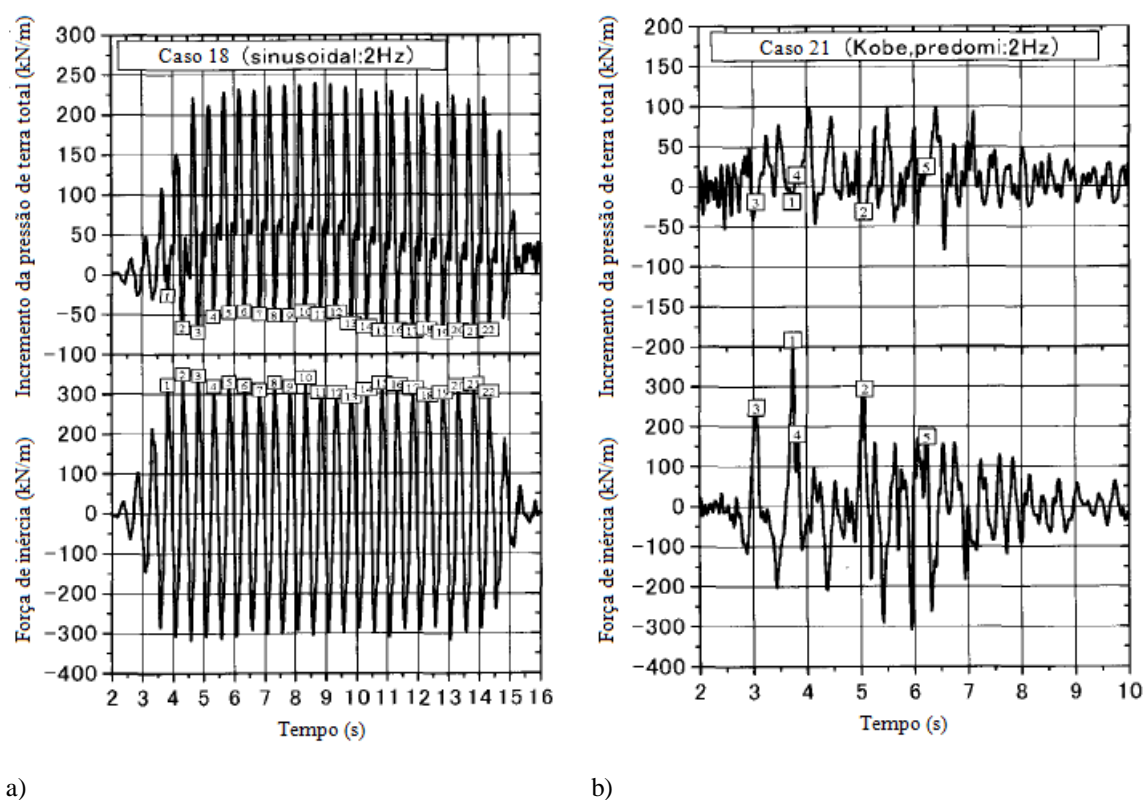
**Figura 5.30 - Relação entre coeficiente sísmico horizontal e aceleração máxima do solo (adaptado de Hazarika (2009)).**

Ainda através da Figura 5.29, tiram-se algumas ilações importantes sobre o comportamento sísmico do sistema terras-muro de estruturas de suporte de gravidade, constatando-se que:

- as distribuições de pressões de terras sobre o muro modelo de gravidade não são triangulares (como é assumido no presente trabalho assim como no método de M-O) e que o seu tamanho e forma mudam com o tempo;
- Nakamura (2006) demonstra que as distribuições de pressões de terras para um movimento baseado num sismo real (caso 21) são diferentes do diagrama de pressão de terras através de uma agitação sinusoidal (caso 18), assim como a do presente trabalho. A pressão do solo na parte inferior do muro, que contribui muito para a pressão total de terras, não é tão significativa em tremores de terra reais (em comparação com a agitação sinusoidal e com o presente trabalho). Isto deve-se, ao facto do deslocamento relativo entre o muro de

contenção e o terrapleno não ser pequeno, e por isso não gerarem grandes pressões de terras inferiormente, e

- O mesmo autor indica que o aumento da distribuição da pressão de terras é cerca de zero quando se considera um movimento sísmico real, com a distribuição de pressão de terras diferindo pouco do valor inicial antes da agitação, quando a força de inércia está no seu máximo. O mesmo acontece, embora menos frequentemente, para a agitação sinusoidal (Figura 5.31).



**Figura 5.31 - Força de inércia e incremento da pressão de terra total: a) Caso 18, sinusoidal 2 Hz; b) Caso 21, movimento de Kobe 2 Hz (adaptado de Nakamura (2006)).**

A partir das distribuições de tensões apresentadas em Nakamura (2006) foi possível calcular as suas resultantes e assim, os coeficientes de impulso ativos sísmicos horizontais devido ao peso volúmico  $K_{ay(s)h}$ , apresentados na Tabela 5.3. Nessa tabela verifica-se que a metodologia deste trabalho apresenta resultados mais conservativos.

**Tabela 5.3- Comparação entre coeficientes de impulso ativos sísmicos horizontais.**

		Caso 18	Caso 21	Caso 21
Nakamura (2006)	$K_{aysh} [-]$	0,303	0,243	0,224
Presente Trabalho		0,382		

Constata-se assim que as distribuições de tensões do método de Mononobe-Okabe assim como as do presente trabalho se afastam dos medidos experimentalmente sendo que, no entanto os valores dos impulsos obtidos são da mesma ordem de grandeza que os medidos.

### 5.2.4 Ponto de aplicação do impulso

O impulso ativo dinâmico devido ao peso do solo  $I_{ays}$  pode ser considerado como a soma de duas grandezas: o impulso sem a contribuição do sismo,  $I_{ay}$ , mais o incremento do impulso associado à ação sísmica,  $\Delta I_{ays}$ .

Na Tabela 5.4 está exposta a localização em relação à base do muro do ponto de aplicação do impulso sísmico incremental segundo várias propostas disponíveis na bibliografia.

**Tabela 5.4- Comparação da localização em relação à base do muro do ponto de aplicação do impulso sísmico incremental previsto por vários métodos.**

Investigação	Ponto de aplicação da força ativa
Mononobe-Okabe	0,33 H
Seed e Whitman (1970)	0,6 H
Wood (1973)	0,6 H
Sherif et al. (1982)	0,48 H
Anderson et al. (1987) (valor recomendado)	0,5 H
Ghosh e Sharma (2012)	0,362 H -0,488 H

No presente trabalho assim como no método de M-O, o impulso sísmico incremental é aplicado no mesmo ponto que o impulso estático, que atua sobre o muro a uma distância de 1/3 acima da base da estrutura. No entanto resultados de outros estudos mostram que o ponto de aplicação do incremento do impulso associado à ação sísmica se situa mais acima do que o impulso sem a contribuição do sismo. Segundo resultados de ensaios descritos por Seed e Whitman (1970), as pressões dinâmicas sobre estruturas rígidas são maiores junto do topo, estando o ponto de aplicação da resultante do impulso incremental sísmico a 0,6H da base do muro. Wood (1973) verificou que a resultante das pressões incrementais atua aproximadamente a 0,6H a partir da base. Sherif et al. (1982) sugerem que para a verificação do deslizamento  $I_{ays}$  actuará a 0,48H da base do muro. Por outro lado Andersen et al. (1987) e no Eurocódigo 8, recomendam a consideração do impulso sísmico incremental a meia altura do muro. Ghosh e Sharma (2012) chegaram no



seu estudo a um intervalo de valores ( $0,362H$  -  $0,488H$ ), que corresponde ao ponto de aplicação do impulso ativo sísmico total.

A solução que atualmente reúne maior consenso é a de considerar o incremento do impulso sísmico aplicado a meia altura do muro.



## Conclusões e Futuros Desenvolvimentos

Nesta dissertação efetuou-se inicialmente um enquadramento teórico, para melhor compreensão do estudo desenvolvido. De seguida definiu-se o modelo que originou este trabalho, indicando os tipos de geometrias, cargas aplicadas e características mecânicas que foram estudados. Depois, determinaram-se os coeficientes de impulso ativos sísmicos de solos puramente atritivos, devidos aos carregamentos correspondentes ao peso próprio do solo, aplicando-se uma implementação numérica do teorema cinemático. Por fim, compararam-se os resultados desses coeficientes com os provenientes de outros autores/métodos.

### 6.1 Conclusões

A seguir estão as principais conclusões do estudo:

Comparando os resultados dos coeficientes de impulso ativos sísmicos obtidos com os provenientes de outros autores e utilizando quer o teorema cinemático quer uma aproximação não estrita do teorema estático mostra-se que, por um lado, o método desenvolvido fornece globalmente, melhores soluções que os outros métodos que utilizam soluções da região superior (M-O e Chen e Liu (1990)) e por outro lado, a comparação com resultados que utilizam uma aproximação não estrita de soluções da região inferior (Mylonakis et al. (2007)) mostra uma proximidade, permitindo concluir que os resultados obtidos estão mais próximos da solução exata.

- Os resultados da proposta do presente trabalho estão em boa concordância com os resultados dos métodos de M-O, Chen e Liu (1990) e Mylonakis et al. (2007), ao longo de

uma vasta gama de parâmetros (geometrias, características dos materiais, coeficientes de aceleração sísmica horizontal, etc...);

- A solução proposta não é tão conservadora como a solução do limite inferior de Mylonakis et al. (2007) e está mais do lado da segurança que as soluções do limite superior de Mononobe-Okabe e de Chen e Liu (1990). Em geral, os valores obtidos no presente trabalho, estando mais próximo das soluções obtidas através do TRI, estão mais perto da solução exata, e
- Esta tendência é mais observável para: valores mais altos de coeficientes de aceleração sísmica horizontal ( $k_h \geq 0,2$ ); ângulos de atrito solo-estrutura nulos ( $\delta = 0$ ); maiores inclinações da superfície do terreno com a horizontal ( $i \geq 10^\circ$ ), e principalmente para inclinações do paramento com a vertical algo elevadas ( $\omega = 30^\circ$ ). Por outro lado, este efeito fica menos claro perante condições opostas.

Com a exceção de alguns casos mais extremos (inclinações da superfície do solo com a horizontal e paramento com a vertical mais elevados), as soluções do presente trabalho assim como as de Ghosh (2010) e Cheng (2003) são próximas ao longo da maioria da gama dos parâmetros analisados. Geralmente a solução pseudo-dinâmica é menos conservadora enquanto que as soluções que têm por base o método das linhas características estão mais do lado da segurança, em relação à metodologia numérica apresentada e aos métodos de M-O, Chen e Liu (1990) e Mylonakis et al. (2007).

Confrontando o impulso dinâmico sobre estruturas rígidas determinado experimentalmente por Ichihara e Matsuzawa (1973) e Ishibashi e Fang (1987), constata-se que o método do presente trabalho prevê a tendência experimental (tanto qualitativamente como quantitativamente), com credibilidade razoável para valores inferiores a 0,4 dos coeficientes de aceleração sísmica horizontal. No caso de valores de  $k_h \geq 0,4$ , os resultados dos estudos em mesas vibratórias para os coeficientes de impulso ativos sísmicos horizontais são sobrestimados pelos resultados dos cálculos efetuados. Por outro lado e como já era esperado, a metodologia apresentada (TRS) é sempre igual ou menor que a solução do limite inferior (Mylonakis et al. 2007), sendo assim a solução mais próxima dos estudos experimentais.

Em comparação com o trabalho de Nakamura (2006) (estudo em centrífugadora) verificam-se discordâncias em relação à metodologia numérica:

- a distribuição de pressões de terras sobre o muro modelo de gravidade não é triangular (como é assumido no presente trabalho assim como no método de M-O) e o seu tamanho e forma mudam com o tempo;
- Nakamura (2006) demonstra que a distribuição de pressões de terras para um movimento baseado num sismo real é diferente do diagrama de pressão de terras através de uma agitação sinusoidal, assim como a do presente trabalho. A pressão do solo na parte inferior do muro, que contribui muito para a pressão total de terras, não é tão significativa em tremores de terra reais (em comparação com a agitação sinusoidal e com o presente trabalho). Isto deve-se, ao deslocamento relativo entre o muro de contenção e o terreno não ser pequeno, e por isso não gerarem grandes pressões de terras inferiormente, e
- a metodologia proposta apresenta resultados mais conservativos.

Constata-se assim que as distribuições de tensões do método de Mononobe-Okabe assim como as do presente trabalho se afastam dos medidos experimentalmente sendo que, no entanto os valores dos impulsos obtidos são da mesma ordem de grandeza que os medidos.

## 6.2 Futuros desenvolvimentos

Com a finalidade de contribuir para o seguimento de estudos futuros dentro do assunto apresentado na presente dissertação, enuncia-se um conjunto de temas, relacionados, em primeiro lugar, com a ferramenta de cálculo e em segundo com os exemplos a analisar, que se consideram interessantes, pretendendo-se explorá-los em trabalhos futuros.

### I. Em relação ao *software* utilizado:

- Possibilidade de implementar vários tipos de muro (por exemplo muros de betão armado em L ou T invertido (com sapata longa ou curta), muros com tardoiz não retilíneo, etc...);
- Implementar forças de inércia devido a uma sobrecarga à superfície do terreno, e
- Implementar forças de percolação.

### II. Em relação aos exemplos a observar (impulsos sob efeito do sismo):

- Muros de suporte tridimensionais;
- Muros-cais em 2D e em 3D;
- Muros com reforços no terreno (por exemplo terra armada) em 2D e em 3D;

- Utilizar ferramenta de cálculo implementando o teorema estático (Teorema da Região Inferior) aos casos estudados;
- Determinar coeficientes de impulso passivos em 2D e em 3D;
- Comparar os resultados do presente trabalho com outros *softwares*, nomeadamente o PLAXIS e o FLAC, e
- Determinar o ponto de aplicação do incremento do impulso sísmico.

## Bibliografia

**Anderson, G. R., Whitman, R. V. and Germaine, J. T. 1987.** *Tilting response of centrifuge modeled gravity retaining wall to seismic shaking: Description of tests and initial analysis of results.* : Rep. N° R87-14, Dept. of Civil Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA.

**Antão, A. N. 1997.** *Analyse de la stabilité des ouvrages souterrains par une méthode cinématique régularisée.* : Thèse de Doctorat de l'École Nationale des Ponts et Chaussées.

**Antão, A. N., Vicente da Silva, M. J., Guerra, N. M. C. & Delgado, R. 2012.** *An upper bound-based solution for the shape factors of bearing capacity of footings under drained conditions using a parallelized mixed f.e. formulation with quadratic velocity fields.* : Computers and geotechnics. 41. pp. 23-35.

**Antão, A. N., Santana, T., Vicente da Silva, M. J. & Guerra, N. M. C. 2011.** *Passive earth pressure coefficients by upper bound numerical limit analysis.* : Canadian geotechnical Journal. 48 (5). pp. 767-780.

**Asciuto, A., Antão, A. N., Guerra, N. M. C. e Lopes M.<sup>a</sup> da Graça D. A. 2009.** *Aplicação de Implementação Numérica do Teorema Cinemático à Determinação de Impulsos de Terras.* : Congresso de Geotecnia. Vol. 2.

**Chen, W. F. and Liu X. L. 1990.** *Limit analysis in soil mechanics.* Amsterdam : Elsevier.

**Cheng, Y. M. 2003.** *Seismic lateral earth pressure coefficients for c-phi soils by slip line method.* : Computers and Geotechnics. 30. pp. 661-670.

**Choudhury, D. and Singh, S. 2005.** *New approach for estimation of static and seismic active earth pressure.* : Geotechnical and Geological Engineering, Springer. 24 (1).

**Coulomb, C. A. 1773.** *Essai sur une application des regles des maximis et minimis a quelques problems de statique relatifs a l'architecture.* : Memoires d'Academie Roy. Pres. Diverss savants. 7.

**EN, 1997-1. 2002.** *Eurocode 7 Geotechnical Design - Part 1: General Rules*. Bruxelles, Belgium : CEN European Committee for Standardization.

**EN, 1998-5. December 2003.** *Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance - Part 5: Foundations, retaining structures and geotechnical aspects*. Bruxelles, Belgium : CEN European Committee for Standardization.

**Ghosh, S. and Sharma, R. 2012.** *Seismic Active Earth Pressure on the Back of Battered Retaining Wall Supporting Inclined Backfill*. : International Journal of Geomechanics.

**Ghosh, S. 2010.** *Pseudo-dynamic active force and pressure behind battered retaining wall supporting inclined backfill*. : Soil Dynamics Earthquake. 30 (11). pp. 1226-1232.

**Guerra, N. M. C. 2012.** *Análise de Estruturas Geotécnicas*. Lisboa : Texto de Apoio à disciplina com o mesmo nome, Mestrado Integrado em Engenharia Civil, FCT-UNL.

**Guerra, N. M. C. 2012.** *Nota sobre o coeficiente de impulso ativo devido a sobrecargas*. : Revista em Engenharia Civil. 43. pp. 59-68.

**Habibagahi, K. and Ghahramani, A. 1977.** *Zero extension theory of earth pressure*. : J. Geotech Eng. Div. 105 (GT7). pp. 881-896.

**Hazarika, H. 2009.** *Prediction of seismic active earth pressure using curved failure surface with localized strain*. : American Journal of Engineering and Applied Science. 2 (3). pp. 544-58.

**Ichihara, M. and Matsuzawa, H. 1973.** *Earth pressure during earthquake*. : Soil Found. 13 (4). pp. 75-86.

**Ishibashi, I. and Fang, Y. S. 1987.** *Dynamic earth pressures with different wall movement modes*. : Soil Found. 27 (4). pp. 11-22.

**Kérisel, J. and Absi, E. 1990.** *Active and Passive Earth Pressure Tables*. : A. A. Balkema Publishers.

**Kloukinas, P. and Mylonakis, G. 2011.** *Rankine Solution for seismic earth pressures on L-shaped retaining walls*. In: Proceedings of 5<sup>th</sup> International Conference on Earthquake Geotechnical Engineering. Santiago, Chile : Paper No. RSSKL.

**Matos Fernandes, A. M. 2012.** *Mecânica dos solos. Introdução à Engenharia Geotécnica*. : FEUP Edições. Vol. 2.

**Matsuo, M. and K. Itabashi. 1984.** *Study on aseismicity evaluation of slopes and earth structures*. : J. JSCE. 352. pp. 139-147.

**Menezes, J. E. T. Q. 1990.** *Análise dinâmica de estruturas de suporte de terras*. : Dissertação de Mestrado. Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto.



**Mononobe, N. and Matsu, H. 1929.** *On the determination of earth pressure during earthquakes.* : Proceedings, World Engineering Conference. Vol. 9. p. 176.

**Mylonakis, G., Kloukinas, P. and Papantonopoulos, C. 2007.** *An alternative to the Mononobe-Okabe equations for seismic earth-pressures.* : Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 27. pp. 957-69.

**Nakamura, S. 2006.** *Reexamination of Mononobe-Okabe theory of gravity retaining walls using centrifuge model tests.* : Soil. Found. 46. pp. 135-146.

**Natal Jorge, R. M. e Dinis, L. M. J. S. 2004/2005.** *Teoria da Plasticidade.* : Departamento de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial - Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

**Noda, S., Uwabe, T. and Chiba, T. 1975.** *Relation between seismic coefficient and ground acceleration for gravity quay wall.* : Rep. Port Harbor Res. Inst. 14. pp. 67-111.

**Okabe, S. 1926.** *General Theory of Earth Pressure.* Tokyo : Journal of the Japanese Society of Civil Engineers. 12 (1).

**Rankine. 1857.** *On the stability of loose earth.* : Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Vol. 147. pp. 9-27.

**Richards, R., Elms, D. G. and Budhu, M. 1990.** *Dynamic fluidization of soils.* : J. Geotech. Eng. 116 (5). pp. 740-759.

**Salençon, J. 2002.** *De l'élasto-plasticité au calcul à la rupture.* 1<sup>a</sup> edição. Paris : Les éditions de l'École Polytechnique.

**Seed, H. B. and Whitman, R. V. 1970.** *Design of earth retaining structures for dynamic loads.* New York : Proc. Specialty Conf. on Lateral Stresses in the Ground and Design of Earth Retaining Structures, ASCE. pp. 103-147.

**Sherif, M. A., Ishibashi, I. and Lee, C. D. 1981.** *Dynamic earth pressures against retaining structures.* Seattle : Soil Engineering Rep. N° 21, Univ. of Washington.

**Shiau, J. S., Augarde, C. E., Lyamin A. V. and Sloan, S. W. 2008.** *Finite element limit analyses of passive earth resistance in cohesionless soils.* : Soils Found. 48 (6). pp. 843-50.

**Sokolovskii, V. V. 1965.** *Statics of granular media.* New York : Pergamon Press.

**Software ANSYS versão 14.5.** <<http://www.ansys.com/>> visitado a 01 de Março de 2013.

**Software ParaView versão 3.98.0.** <[www.paraview.org/](http://www.paraview.org/)> visitado a 01 de Março de 2013.

**Software Sublim3D.** <<http://www.dec.fct.unl.pt/projectos/SUBLIM3d/>> visitado a 01 de Março de 2013.

**Steedman, R. S. and Zeng, X. 1990.** *The influence of phase on the calculation of pseudo-static earth pressure on a retaining wall.* : Geotechnique. 40 (1). pp. 103-112.

**Vicente da Silva, M. J. and Antão, A. N. 2008.** *Upper bound limit analysis with a parallel mixed finite element formulation.* : International Journal of Solids and Structures. 45 (22). pp. 5788-5804.

**Vicente da Silva, M. J. 2009.** *Implementação Numérica Tridimensional do Teorema Cinemático da Análise Limite.* : Tese de Doutoramento, Faculdade de Ciências e Tecnologia - Universidade Nova de Lisboa.

**Wood, J. H. 1973.** *Earthquake induced soil pressure on structures.* : Ph.D. dissertation, EERL 73-03, California Institute of Technology, Pasadena, CA.

**Zeng, X. and Steedman, R. S. 1993.** *On the behavior of quay walls in earthquakes.* : Geotechnique. 43 (3). pp. 417-431.

## Anexo I

**Tabela A.1- Valores obtidos dos  $K_{ay}$  para diferentes  $\phi'$ ,  $\delta/\phi'$  e  $i$  com  $\omega = 0^\circ$ .**

i [°]	$\phi'$ [°]	$k_h = 0; k_v = 0$				
		$\delta = 0$	$\delta/\phi' = 1/3$	$\delta/\phi' = 1/2$	$\delta/\phi' = 2/3$	$\delta = \phi'$
		$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$
0	20	0,4901	0,4591	0,4492	0,4426	0,4392
	25	0,4056	0,3775	0,3694	0,3648	0,3662
	30	0,3330	0,3089	0,3029	0,3006	0,3068
	35	0,2705	0,2511	0,2472	0,2469	0,2580
	40	0,2170	0,2021	0,2001	0,2017	0,2172
10	20	0,5735	0,5410	0,5310	0,5247	0,5238
	25	0,4641	0,4344	0,4262	0,4219	0,4257
	30	0,3746	0,3492	0,3432	0,3411	0,3500
	35	0,3001	0,2795	0,2757	0,2757	0,2894
	40	0,2376	0,2220	0,2202	0,2222	0,2402
20	25	0,5912	0,5579	0,5494	0,5458	0,5554
	30	0,4493	0,4214	0,4153	0,4139	0,4274
	35	0,3474	0,3250	0,3212	0,3223	0,3399
	40	0,2680	0,2514	0,2498	0,2526	0,2744
30	35	0,4567	0,4306	0,4272	0,4299	0,4577
	40	0,3260	0,3068	0,3059	0,3100	0,3393

**Tabela A.2- Valores obtidos dos  $K_{ay}$  para diferentes  $\phi'$  e  $\delta/\phi'$  com  $\omega = 30^\circ$  e  $i = 0^\circ$ .**

i [°]	$\phi'$ [°]	$k_h = 0; k_v = 0$				
		$\delta = 0$	$\delta/\phi' = 1/3$	$\delta/\phi' = 1/2$	$\delta/\phi' = 2/3$	$\delta = \phi'$
		$\omega = 30^\circ$	$\omega = 30^\circ$	$\omega = 30^\circ$	$\omega = 30^\circ$	$\omega = 30^\circ$
0	20	0,8009	0,7646	0,7548	0,7501	0,7584
	25	0,7307	0,6955	0,6879	0,6865	0,7058
	30	0,6663	0,6345	0,6300	0,6329	0,6661
	35	0,6074	0,5804	0,5797	0,5877	0,6382
	40	0,5538	0,5326	0,5363	0,5501	0,6230

**Tabela A.3- Valores obtidos dos  $K_{aq}$  para diferentes  $\phi'$  e  $\delta/\phi'$  com  $\omega = 0^\circ$  e  $i = 0^\circ$ .**

i [°]	$\phi'$ [°]	$k_h = 0; k_v = 0$				
		$\delta = 0$	$\delta/\phi' = 1/3$	$\delta/\phi' = 1/2$	$\delta/\phi' = 2/3$	$\delta = \phi'$
		$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$
0	20	0,4899	0,4598	0,4510	0,4459	0,4481
	25	0,4055	0,3782	0,3710	0,3677	0,3746
	30	0,3329	0,3096	0,3043	0,3030	0,3145
	35	0,2706	0,2516	0,2482	0,2488	0,2648
	40	0,2170	0,2024	0,2009	0,2031	0,2231

**Tabela A.4- Valores obtidos dos  $K_{ays}$  para diferentes  $\phi'$ ,  $\delta/\phi'$ , i e  $k_h$  com  $\omega = 0^\circ$  e  $k_v = 0,5k_h$ .**

i [°]	$\phi'$ [°]	$k_h = 0,1; k_v = 0,5k_h$				
		$\delta = 0$	$\delta/\phi' = 1/3$	$\delta/\phi' = 1/2$	$\delta/\phi' = 2/3$	$\delta = \phi'$
		$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$
0	20	0,5973	0,5635	0,5531	0,5466	0,5461
	25	0,4996	0,4683	0,4598	0,4555	0,4605
	30	0,4158	0,3886	0,3824	0,3805	0,3917
	35	0,3432	0,3210	0,3172	0,3180	0,3352
	40	0,2808	0,2635	0,2620	0,2651	0,2884
10	20	0,7608	0,7240	0,7135	0,7079	0,7127
	25	0,6033	0,5692	0,5605	0,5569	0,5667
	30	0,4867	0,4571	0,4510	0,4499	0,4657
	35	0,3929	0,3692	0,3653	0,3670	0,3889
	40	0,3159	0,2974	0,2961	0,3001	0,3280
20	30	0,6466	0,6124	0,6063	0,6071	0,6339
	35	0,4847	0,4576	0,4542	0,4573	0,4880
	40	0,3732	0,3528	0,3522	0,3573	0,3930
30	40	0,5116	0,4871	0,4877	0,4971	0,5514
i [°]	$\phi'$ [°]	$k_h = 0,2; k_v = 0,5k_h$				
		$\delta = 0$	$\delta/\phi' = 1/3$	$\delta/\phi' = 1/2$	$\delta/\phi' = 2/3$	$\delta = \phi'$
		$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$
0	20	0,7379	0,7008	0,6900	0,6840	0,6877
	25	0,6181	0,5832	0,5743	0,5706	0,5808
	30	0,5182	0,4874	0,4810	0,4802	0,4980
	35	0,4327	0,4072	0,4036	0,4059	0,4315
	40	0,3593	0,3394	0,3384	0,3436	0,3773
10	25	0,8126	0,7734	0,7647	0,7628	0,7831
	30	0,6398	0,6055	0,5994	0,6001	0,6263
	35	0,5156	0,4874	0,4842	0,4879	0,5215
	40	0,4173	0,3955	0,3952	0,4017	0,4435
20	35	0,7025	0,6695	0,6677	0,6755	0,7291
	40	0,5241	0,4996	0,5005	0,5103	0,5668

**Tabela A.5- Valores obtidos dos  $K_{ays}$  para diferentes  $\phi'$ ,  $\delta/\phi'$ ,  $i$  e  $k_h$  com  $\omega = 0^\circ$  e  $k_v = 0,5k_h$  (continuação).**

i [°]	$\phi'$ [°]	$k_h = 0,3; k_v = 0,5k_h$				
		$\delta = 0$	$\delta/\phi' = 1/3$	$\delta/\phi' = 1/2$	$\delta/\phi' = 2/3$	$\delta = \phi'$
		$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$
0	20	0,9316	0,8914	0,8808	0,8760	0,8866
	25	0,7696	0,7308	0,7219	0,7194	0,7370
	30	0,6450	0,6104	0,6042	0,6049	0,6315
	35	0,5422	0,5132	0,5101	0,5144	0,5508
	40	0,4551	0,4322	0,4324	0,4401	0,4874
10	30	0,8592	0,8203	0,8153	0,8197	0,8638
	35	0,6778	0,6455	0,6435	0,6508	0,7019
	40	0,5477	0,5225	0,5240	0,5344	0,5955
20	40	0,7509	0,7221	0,7268	0,7449	0,8408
$k_h = 0,4; k_v = 0,5k_h$						
0	25	0,9674	0,9254	0,9172	0,9173	0,9469
	30	0,8018	0,7637	0,7583	0,7616	0,8006
	35	0,6742	0,6421	0,6402	0,6475	0,6986
	40	0,5695	0,5442	0,5460	0,5575	0,6225
10	35	0,8968	0,8610	0,8618	0,8754	1,1062
	40	0,7139	0,6861	0,6904	0,7074	0,7972
$k_h = 0,5; k_v = 0,5k_h$						
0	30	0,9961	0,9552	0,9516	0,9592	1,1612
	35	0,8318	0,7970	0,7971	0,8089	0,8815
	40	0,7038	0,6766	0,6808	0,6978	0,7874
10	40	0,9259	0,8962	0,9049	0,9311	4,6704

**Tabela A.6- Valores obtidos dos  $K_{ays}$  para diferentes  $\phi'$ ,  $\delta/\phi'$ ,  $i$  e  $k_h$  com  $\omega = 0^\circ$  e  $k_v = k_h$ .**

i [°]	$\phi'$ [°]	$k_h = 0,1; k_v = k_h$				
		$\delta = 0$	$\delta/\phi' = 1/3$	$\delta/\phi' = 1/2$	$\delta/\phi' = 2/3$	$\delta = \phi'$
		$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$
0	20	0,6212	0,5858	0,5749	0,5681	0,5673
	25	0,5194	0,4867	0,4778	0,4732	0,4783
	30	0,4320	0,4037	0,3971	0,3951	0,4066
	35	0,3564	0,3333	0,3292	0,3299	0,3477
	40	0,2914	0,2734	0,2717	0,2748	0,2989
10	20	0,7868	0,7484	0,7374	0,7314	0,7361
	25	0,6252	0,5896	0,5806	0,5767	0,5866
	30	0,5047	0,4739	0,4674	0,4662	0,4823
	35	0,4074	0,3826	0,3787	0,3802	0,4027
	40	0,3273	0,3080	0,3067	0,3107	0,3395
20	30	0,6660	0,6304	0,6239	0,6246	0,6518
	35	0,5007	0,4725	0,4689	0,4720	0,5034
	40	0,3857	0,3645	0,3637	0,3691	0,4056
30	40	0,5245	0,4992	0,4997	0,5091	0,5644
$k_h = 0,2; k_v = k_h$						
0	20	0,7801	0,7400	0,7282	0,7215	0,7245
	25	0,6539	0,6162	0,6065	0,6023	0,6124
	30	0,5477	0,5146	0,5076	0,5065	0,5245
	35	0,4569	0,4293	0,4253	0,4274	0,4537
	40	0,3783	0,3569	0,3558	0,3609	0,3957
10	25	0,8432	0,8011	0,7915	0,7888	0,8084
	30	0,6689	0,6322	0,6253	0,6257	0,6521
	35	0,5399	0,5097	0,5060	0,5096	0,5438
	40	0,4366	0,4133	0,4128	0,4194	0,4622
20	35	0,7190	0,6839	0,6814	0,6887	0,7415
	40	0,5415	0,5154	0,5159	0,5256	0,5827
$k_h = 0,3; k_v = k_h$						
0	20	0,9746	0,9296	0,9172	0,9109	0,9194
	25	0,8116	0,7687	0,7584	0,7549	0,7714
	30	0,6810	0,6429	0,6354	0,6357	0,6619
	35	0,5715	0,5395	0,5358	0,5397	0,5763
	40	0,4779	0,4529	0,4525	0,4601	0,5079
10	30	0,8773	0,8345	0,8280	0,8309	0,8720
	35	0,7001	0,6648	0,6617	0,6682	0,7182
	40	0,5668	0,5394	0,5400	0,5503	0,6107
20	40	0,7476	0,7162	0,7195	0,7358	0,8240

**Tabela A.7- Valores obtidos dos  $K_{ays}$  para diferentes  $\phi'$ ,  $\delta/\phi'$ ,  $i$  e  $k_h$  com  $\omega = 0^\circ$  e  $k_v = k_h$  (continuação).**

		$k_h = 0,4; k_v = k_h$				
$i [^\circ]$	$\phi' [^\circ]$	$\delta = 0$	$\delta/\phi' = 1/3$	$\delta/\phi' = 1/2$	$\delta/\phi' = 2/3$	$\delta = \phi'$
		$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$	$\omega = 0^\circ$
0	25	0,9955	0,9475	0,9369	0,9347	0,9598
	30	0,8324	0,7894	0,7822	0,7839	0,8202
	35	0,7002	0,6643	0,6609	0,6671	0,7162
	40	0,5894	0,5609	0,5616	0,5723	0,6355
10	35	0,8921	0,8517	0,8502	0,8611	0,9319
	40	0,7185	0,6872	0,6899	0,7049	0,7877
		$k_h = 0,5; k_v = k_h$				
0	30	1,0020	0,9545	0,9478	0,9520	1,0008
	35	0,8427	0,8025	0,8001	0,8092	0,8732
	40	0,7120	0,6803	0,6825	0,6970	0,7783
10	40	0,8924	0,8576	0,8629	0,8842	0,9966

**Tabela A.8- Valores obtidos dos  $K_{ays}$  para diferentes  $\phi'$ ,  $\delta/\phi'$  e  $k_h$  com  $\omega = 30^\circ$ ,  $i = 0^\circ$  e  $k_v = 0$ .**

		$k_h = 0,1; k_v = 0$		
$i [^\circ]$	$\phi' [^\circ]$	$\delta = 0$	$\delta/\phi' = 1/2$	$\delta = \phi'$
		$\omega = 30^\circ$	$\omega = 30^\circ$	$\omega = 30^\circ$
0	20	0,9147	0,8750	0,8953
	30	0,7750	0,7441	1,2886
	40	0,6606	0,6497	3,9836
		$k_h = 0,2; k_v = 0$		
0	20	1,0781	1,0497	-
	30	0,9154	0,8935	-
	40	0,7925	0,7917	-
		$k_h = 0,3; k_v = 0$		
0	20	1,3314	1,3247	-
	30	1,0959	1,0878	-
	40	0,9527	0,9663	-
		$k_h = 0,4; k_v = 0$		
0	30	1,3323	1,3453	-
	40	1,1457	1,1787	-
		$k_h = 0,5; k_v = 0$		
0	30	1,6690	-	-
	40	1,3789	4,9904	-

**Tabela A.9-** Valores obtidos dos  $K_{ays}$  para diferentes  $\phi'$ ,  $\delta/\phi'$  e  $k_h$  com  $\omega = 30^\circ$ ,  $i = 0^\circ$  e  $k_v = 0,5k_h$ .

i [°]	$\phi'$ [°]	$k_h = 0,1; k_v = 0,5k_h$		
		$\delta = 0$	$\delta/\phi' = 1/2$	$\delta = \phi'$
		$\omega = 30^\circ$	$\omega = 30^\circ$	$\omega = 30^\circ$
0	20	0,9537	0,9116	0,9306
	30	0,8076	0,7748	1,2620
	40	0,6877	0,6759	3,8450
$k_h = 0,2; k_v = 0,5k_h$				
0	20	1,1480	1,1140	-
	30	0,9760	0,9497	-
	40	0,8432	0,8401	-
$k_h = 0,3; k_v = 0,5k_h$				
0	20	1,3981	1,3784	-
	30	1,1728	1,1565	-
	40	1,0194	1,0280	-
$k_h = 0,4; k_v = 0,5k_h$				
0	30	1,4008	1,3984	-
	40	1,2158	1,2392	-
$k_h = 0,5; k_v = 0,5k_h$				
0	30	1,6653	1,6817	-
	40	1,4322	1,4734	-

**Tabela A.10-** Valores obtidos dos  $K_{ays}$  para diferentes  $\phi'$ ,  $\delta/\phi'$  e  $k_h$  com  $\omega = 30^\circ$ ,  $i = 0^\circ$  e  $k_v = k_h$ .

i [°]	$\phi'$ [°]	$k_h = 0,1; k_v = k_h$		
		$\delta = 0$	$\delta/\phi' = 1/2$	$\delta = \phi'$
		$\omega = 30^\circ$	$\omega = 30^\circ$	$\omega = 30^\circ$
0	20	0,9929	0,9484	0,9670
	30	0,8403	0,8057	1,2324
	40	0,7149	0,7021	3,7290
$k_h = 0,2; k_v = k_h$				
0	20	1,2201	1,1806	-
	30	1,0377	1,0072	-
	40	0,8948	0,8894	-
$k_h = 0,3; k_v = k_h$				
0	20	1,4857	1,4556	-
	30	1,2563	1,2325	-
	40	1,0903	1,0946	-
$k_h = 0,4; k_v = k_h$				
0	30	1,4943	1,4797	-
	40	1,2993	1,3153	-
$k_h = 0,5; k_v = k_h$				
0	30	1,7510	1,7481	-
	40	1,5198	1,5492	-